

هاني
عرب

محاضرات في

بحوث العمليات

BUS 322

هاني عرب

haniharab@hotmail.com

ملتقى البحث العلمي

Rendezvous Scientific Researches



WWW.RSSCRS.COM

1429 هـ

haniharab@hotmail.com

هذا العمل للجميع ولا يباع بل ينسخ فقط
وقيمته دعوة بالهداية لك ولي





محاضرات في بحوث العمليات

BUS 322

ملاحظة: أخي الطالب / عليك التأكد من تطابق مفردات المادة مع محتويات
ملزمة محاضرات في بحوث العمليات، وقراءة الكتاب المقرر بتمعن، ثم
الاستعانة بالملزمة بعد الله سبحانه وتعالى، فهذه الملزمة عبارة عن تبسيط للمادة
وتشرح أهم النقاط المراد فهمها من المنهج المقرر فقط

عدد الصفحات: ٧٤

١٤٢٩ هـ

**أسأل الله التوفيق والسداد فإن أصبت فذلك بفضل الله ومنه
وإن أخطأت الرجاء مراسلتي على البريد الإلكتروني
haniharab@hotmail.com**

هاني عرب

**هذا العمل للجميع ولا يباع بل ينسخ فقط
وقيمته دعوة بالهداية لك ولي**

لتحميل نسختك المجانية

ملئقي البحث العلمي

www.rsscrrs.com



المحتويات

١	الخلاف
٣	تنويه هام
٤	المحتويات
٥	الفصل الأول... مقدمة في بحوث العمليات
١٢	الفصل الثاني... البرمجة الخطية (الصياغة الرياضية)
١٧	الفصل الثالث... البرمجة الخطية (الحل البياني)
٢٦	الفصل الرابع... البرمجة الخطية (الحل بطريقة السمبلكس)
٣٣	الفصل الخامس... مشكلة النقل
٤٠	الفصل السادس... اتخاذ القرار
٤٧	الفصل السابع... شبكات الأعمال
٦٣	الفصل الثامن... تحليل ماركوف
٧٤	ملحق: جدول التوزيع الطبيعي القياسي

عدد الصفحات: ٧٤

لتحميل نسختك المجانية

ملئقي البحث العلمي

www.rsscra.com



الفصل الأول

مقدمة في بحوث العمليات

نبذة تاريخية في بحوث العمليات

يعود استخدام أساليب بحوث العمليات إلى الحرب العالمية الثانية عندما لجأ الأمريكيون والإنجليز إلى الأساليب الكمية في حل المشاكل التي واجهتهم حينئذ. وقد تم ذلك عن طريق تكوين فريق من العلماء المتخصصين في الرياضيات، والهندسة، والسلوكيات... الخ، بحيث يقوم الفريق بدراسة المشكلة واقتراح الحلول المناسبة مستخدماً الأسلوب العلمي في ذلك. ومن ضمن القرارات التي نوقشت واتخذت بهذه الطريقة تحديد الأهداف العسكرية، وتوقيت الضربات الجوية، وتحديد أفضل الوسائل وأكثرها أمناً للإنزال العسكري، ونقل المؤن والأفراد.

وقد حفز نجاح استخدام هذه الأساليب خلال الحرب في اتخاذ القرارات العسكرية، وتوسيع قاعدة الاستعمالات من خلال استعمال المبادئ الأساسية في مختلف نواحي الإدارة غير العسكرية. وقد ظهر أول كتاب في بحوث العمليات في العام ١٩٤٦م باسم "طرق بحوث العمليات: لموريس وكمبال، وكان أهم الاكتشافات في هذا الصدد لجورج دانترج عام ١٩٤٧م لطريقة السمبلكس لحل مشاكل البرمجة الخطية وتبع ذلك تطورات أدت إلى ظهور كتاب بحوث العمليات عام ١٩٥٧م.

ما هي بحوث العمليات

تتعرض مادة بحوث العمليات للأساليب الكمية المستخدمة في اتخاذ القرارات. حيث تم في السنوات الأخيرة تطوير العديد من الأساليب الكمية بهدف المساعدة في اتخاذ القرار.

ويمكن تعريف مصطلح بحوث العمليات Operations Research بأنه مصطلح يطلق على عملية صنع القرار المبنية على المنهج العلمي مع الاعتماد بصفة رئيسية على أساليب التحليل الكمي في حل المشكلة الإدارية بهدف الوصول إلى

البديل الأمثل Optimum في حدود الإمكانيات المتاحة وذلك بناء على بيانات تفصيلية ودراسة دقيقة للمخرجات وتقدير المخاطر لكل البدائل المتاحة، وبلغة أخرى هو علم التمثيل الرياضي لمشاكل عملية اتخاذ القرار وإيجاد طرق حل لهذه النماذج الرياضية.

أما التعريف الذي قدمته جمعية بحوث العمليات الأمريكية فهو "تهتم بحوث العمليات بالاختيار العلمي لأفضل تصميم وتشغيل لأنظمة الإنسان - الآلة - وفي ظروف تتطلب تخصيصاً للموارد المحدودة".

من التعريف الأول يتضح أن علم بحوث العمليات تعتمد على استخدام النماذج الرياضية كقالب تصاغ فيه المشكلة الإدارية، إلا أن نجاح تكوين النموذج وتطبيقه يعتمد على قدرة متخذ القرار الخلاقة، حيث يتوقف نجاح عملية جمع البيانات للنموذج والتحقق من صحة تمثيله للواقع وتطبيقه على القدرة على إيجاد خطوط اتصال جيدة بين هؤلاء الذين لديهم المعلومات وبين من سيقوم بالتطبيق وفريق بحوث العمليات.

والجدير بالذكر أن نوع المنظمة ليس له أي علاقة بمجال التطبيق، حيث إن أساليب بحوث العمليات تطبق في مختلف المجالات، مثل إدارة التجارة، والصناعة، والمستشفيات، والقطاع العام... الخ. وتعتمد بحوث العمليات على استخدام المنهج العلمي وذلك بهدف إيجاد الحل الأمثل Optimal للمشكلة محل الدراسة. ومن أجل الوصول للهدف لا بد من تحديد مقياس كفاية يضع في اعتباره أهداف المنظمة ككل. حيث يستخدم المقياس لمقارنة البدائل المتاحة.

وتعتمد بحوث العمليات على استخدام الحاسب الآلي نتيجة تعقد النماذج الرياضية، وكثرة البيانات، وتعدد العمليات الحسابية المطلوبة أدائها قبل الوصول إلى حل. كما أدى تطور الحاسب إلى وجود شركات متخصصة في إعداد البرمجيات Software المتعلقة بأساليب بحوث العمليات.

عملية صنع القرار وبحوث العمليات

تتضمن عملية صنع القرار الخطوات الآتية:

- | | | |
|--|---|---------------------------------------|
| <p>بناء المشكلة</p> <p>تحليل المشكلة</p> | } | ١- تعريف المشكلة. |
| | | ٢- تحديد البدائل. |
| | | ٣- اختيار مقياس للمقارنة بين البدائل. |
| | | ٤- تقييم البدائل. |
| | | ٥- اختيار أحد البدائل. |

وبفحص الخطوة الرابعة (تقييم البدائل) نجد أن عملية التقييم قد تأخذ اتجاهين أساسيين: تحليل نوعي Qualitative أو تحليل كمي Quantitative، ويقوم الاتجاه الأول على خبرة المدير، ويتضمن ذلك قدرته البديهية أو ما نعرفه بالعامي "بالحاسة السادسة"، فإذا كانت المشكلة سبق وأن حدثت، أو كانت سهلة نسبياً، فكثيراً ما يستخدم المدير فطنته وخبرته في معالجتها. ولكن إذا لم يكن لديه الخبرة اللازمة وكانت المشكلة صعبة ومعقدة، فلا بد إذاً من الاتجاه الكمي في تحليل المشكلة ومن ثم اختيار البديل الأفضل.

وباستخدام التحليل الكمي يكون تركيز المحلل على فهم الحقائق الكمية والبيانات المتعلقة بالمشكلة، ثم يكون نموذجاً رياضياً من واقع فهمه وإلمامه بالمشكلة. ويجب أن يمثل النموذج الهدف، والقيود، والعلاقات المتداخلة في المشكلة أفضل تمثيل. وباستخدام الأساليب الكمية يستطيع المحلل أن يحلل النموذج ويقترح الحل الأمثل للمشكلة.

أسباب الحاجة إلى أساليب بحوث العمليات

هناك حاجة لأساليب بحوث العمليات حينما نلاحظ أي من العلامات الآتية على المنظمة، مما يجعل من المفيد الاستعانة بأخصائي بحوث العمليات، ولعل أهمها:

١- وجود مشكلة معقدة جداً، حيث تتداخل عوامل عدة وتعجز النظم المتوفرة عن إيجاد حل مناسب.

- ٢- حينما يتطلب القرار تبرير كميًا.
- ٣- الحاجة إلى تقييم أو تقليل المخاطرة كما هو الحال عند البدء في مشروع جديد حيث لا توجد خبرة مسبقة عن كيفية اتخاذ قرار منطقي.
- ٤- تكرار المشكلة، وعدم قدرة المنشأة على الاستفادة من البيانات لحل المشكلة.
- ٥- لتحسين مستوى الأداء وتقليل المخاطرة وتحقيق الميزة التنافسية للمنظمة.

استخدام النماذج في بحوث العمليات

أهم النماذج المستخدمة هي النماذج الرياضية Mathematical Models والمحاكاة الآلية Computer Simulation.

ويتم بناء النماذج الرياضية في بحوث العمليات من خلال كتابة المشكلة الإدارية في شكل معادلات تضم في تكوينها مجموعة من المتغيرات التي يمكن التحكم فيها، ومجموعة أخرى من المتغيرات التي لا تستطيع المنظمة التحكم فيها. فمثلاً نجد أن القرار الإداري الخاص بتغيير أسعار منتجات الشركة لا يقف عند حد تغيير الأسعار بل لابد من دراسة تأثير هذا القرار على الإنتاج، والمبيعات، والطلب... الخ. وعلى هذا فإن النماذج الرياضية لا تقف عند حد استعراض هذه المتغيرات، ولكن أيضاً تحليل العلاقة والتفاعل بينها، وذلك من خلال سلسلة من المعادلات الرياضية، ويمكننا القول بأن النماذج الرياضية تساعد:

- ١- في التعامل مع المشكلة ككل (أي بصفة شاملة).
- ٢- المحلل على رؤية المشكلة بوضوح وتحديد ما هي البيانات ذات العلاقة.
- ٣- في توضيح العلاقة بين السبب والأثر والتي قد لا تكون واضحة بدون تجسيم رياضي.

وبالرغم من هذه المزايا إلا أن التمثيل الرياضي لا يخلو من العيوب، فالنموذج تمثيل بسيط لموقف واقعي، وكثيراً ما نضطر لعمل فرضيات وتقديرات وتخمينات ونحن في مرحلة تمثيل المشكلة رياضياً.

خطوات التحليل الكمي

١- تحديد المشكلة

تعتبر خطوة تحديد المشكلة من أهم الخطوات، ويتوقف عليها نجاح أو فشل المنهج الكمي في اتخاذ القرار. حيث يتطلب الأمر الكثير من الخيال، والإبداع، والعمل الجماعي من أجل صياغة المشكلة ووضعها في إطار يمكن تناوله كمياً. وغالباً ما تكون المشكلة:

- ١- وضع جديد لم يتخذ بشأنه قرار من قبل.
- ٢- مجال لم يحقق نجاحاً كما هو متوقع له.
- ٣- في حالة إعادة تقييم للسياسة الحالية لمعرفة إمكانية تحسينها.

٢- تكوين النموذج الرياضي

صياغة المشكلة Problem Formulation في نموذج رياضي هي أهم ما يميز علم بحوث العمليات عن غيره من العلوم القائمة على استخدام الأساليب الكمية، ويتم تكوين النموذج الرياضي عن طريق ترجمة التعبيرات اللغوية إلى علاقة رياضية.

أ- المدخلات التي لا تستطيع المنظمة التحكم فيها، مثل سعر السلعة أو تكاليف الإنتاج، وكذلك المدخلات التي تستطيع المنظمة التحكم فيها، مثل عدد الوحدات المنتجة، أو كمية البضاعة، ونعرفها بالمجاهيل والتي يجب تحديدها لحل النموذج.

ب- المحددات Constraints وهذه تمثل القيود الفنية والاقتصادية وغيرها والتي تحد من قيمة الحلول الممكنة.

ج- دالة الهدف Objective Function وتحدد مقياس الكفاية للإدارة، ونمثله بدالة رياضية للمتغيرات المتحكم فيها. ونحصل على الحل الأمثل حينما تحقق قيمة المتغيرات المتحكم فيها أحسن قيمة للدالة في حدود القيود المفروضة.

٣- جمع البيانات

وهي مرحلة تجميع البيانات عن المتغيرات غير المتحكم فيها.

٤- حل النموذج

ويعني ذلك محاولة معرفة قيم المتغيرات المتحكم فيها والتي تعطي أفضل حل ممكن بدون تجاوز القيود المفروضة على المشكلة.

٥- كتابة التقرير

يجب أن يكتب بلغة بسيطة، موضحاً فيه الحل وطريقة تنفيذه.

استخدام التمثيل الكمي في حل المشاكل الإدارية

مثال رقم (١ - ١)

شركة ترغب في تحقيق أقصى ربح ممكن من إنتاج حقائب جلدية، ومعدل ربح الحقيبة الواحدة ١٢ ريال. ويلزم لإنتاج الحقيبة الواحدة أربع ساعات عمل. ويتوفر لدى الشركة ٤٠ ساعة عمل فقط في الأسبوع الواحد. فما هو عدد الحقائب الممكن إنتاجها في الأسبوع من أجل تحقيق هدف الشركة (أقصى ربح)؟

تعريف المتغيرات:

د: دالة الهدف

س: عدد الوحدات الممكن إنتاجها من الحقائب

صياغة المشكلة رياضياً:

يمكن صياغة المشكلة على مرحلتين:

المرحلة الأولى: تمثيل الهدف

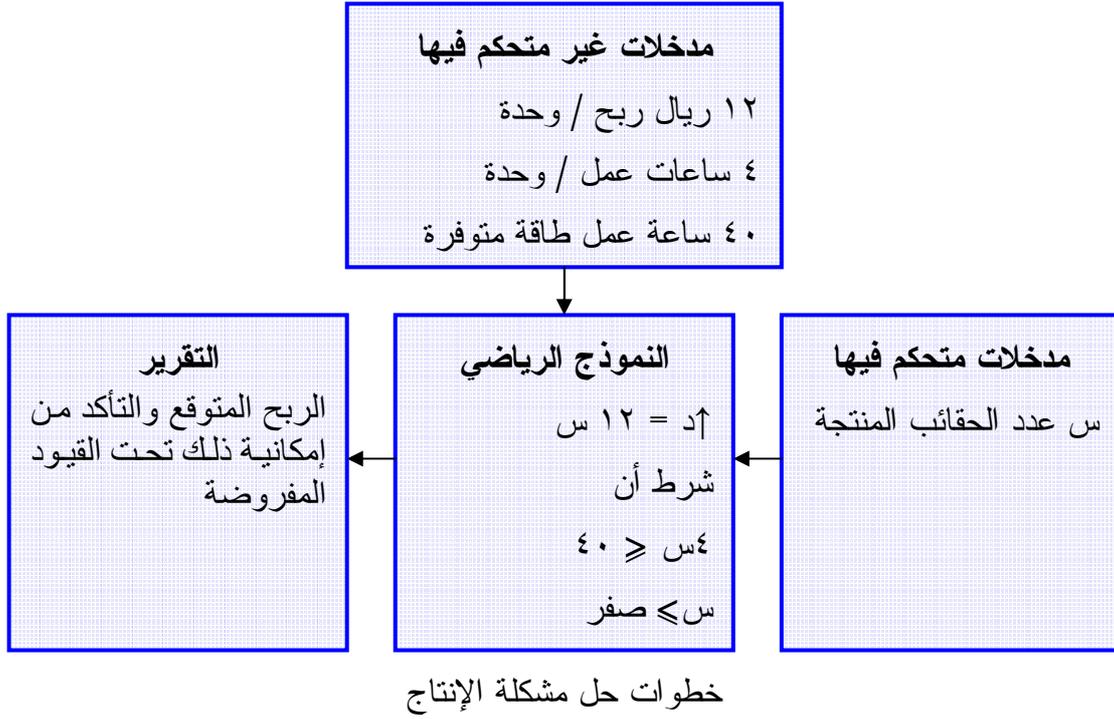
حقق أقصى ربح: $d = 12s$

المرحلة الثانية: القيود المفروضة على الإنتاج

$$40 \geq s \quad (1)$$

$$s \leq \text{صفر} \quad (2)$$

الشرط الثاني يكاد يكون بديهياً ويعني أنه يجب أن يكون العدد المنتج من الحقائب إيجابياً، ويعرف بشرط عدم السالبة.



ومن ثم يكون النموذج الكامل لمشكلة الإنتاج:

حقق أقصى ربح $d = 12s$

بشرط أن:

(١) $4s \geq 40$

(٢) $s \leq \text{صفر}$

أساليب بحوث العمليات

تعتبر أساليب البرمجة الخطية والبرمجة العديدة وتحليل الشبكات والمحاكاة ونموذج سلاسل ماركوف هي الأكثر استخداماً في الواقع العملي.

الفصل الثاني

البرمجة الخطية (الصياغة الرياضية)

مفهوم البرمجة الخطية

هي أداة رياضية تساهم في مساعدة المديرين على اتخاذ قرارات إدارية تتعلق باستخدام الموارد المتاحة بهدف تحقيق أقصى عائد ممكن أو أقل تكلفة ممكنة. ولكن لا يعتبر هذا الاستخدام الوحيد لها فلا يكاد يخلو مجال من مجالات استخدام بحوث العمليات إلا ونجد البرمجة الخطية تمثل جزءاً مباشراً أو غير مباشر من أسلوب الحل.

مجالات تطبيق البرمجة الخطية

- الصناعة: مسائل تخطيط الإنتاج والطاقة، ومسائل المزيج ذو الكلفة الأقل للإنتاج.
- توزيع ونقل البضائع: مسائل النقل والتخصيص وتوزيع المنتجات.
- التسويق: مسائل التوظيف وتنظيم المزيج التسويقي الأفضل.
- لقياس الوحدة النسبية الإدارية المتمثلة الأهداف (قياس أداء فروع الشركات).

خواص البرمجة الخطية:

يتكون نموذج البرمجة الخطية من ثلاثة عناصر:

- ١- دالة الهدف: الهدف في جميع مشاكل البرمجة الخطية يكون إما تحقيق "أقصى" أو "أقل" كمية ما.

مثال رقم (١ - ٢)

إذا كان لديك نوعين من المنتجات، المنتج الأول سعر بيعه ١٥ ريال، وتكلفة إنتاجه ١٠ ريال، والنوع الثاني سعر بيعه ١٠ ريال وتكلفة إنتاجه ٧ ريال، المطلوب إيجاد دالة الهدف؟

حل مثال رقم (١ - ٢)

ربح السلعة الأولى = $15 - 10 = 5$ ريال.

ربح السلعة الثانية = $10 - 7 = 3$ ريال.

∴ دالة الهدف $Mr = 5س١ + 3س٢$

٢- القيود: وجود قيود أو محددات أو متباينات على إمكانية تحقيق الهدف.

ملاحظة:

- إذا كان المتاح أو المتوفر مشروط بأحد الكلمات التالية: لا يقل عن أو الحد الأدنى أو على الأقل أو أكثر من أو يزيد عن، جميع هذه الكلمات تعني أكبر من أو يساوي (\geq).

- إذا كان المتوفر أو المتاح مشروط بأحد الكلمات التالية: لا يزيد عن أو الحد الأقصى أو على الأكثر أو أقل من أو لا يزيد عن، جميع هذه الكلمات تعني أصغر من أو يساوي (\leq).

ويمكن وضع هذه القيود في جدول بحيث يسهل علينا استنتاج القيود منها.

مثال رقم (٢ - ٢)

إذا كان لديك نوعين من المنتجات يحتاج المنتج الأول إلى ساعة عمل وساعتين تجميع، ويحتاج المنتج الثاني إلى ساعة عمل وساعة تجميع علماً بأن المتاح من ساعات العمل هو ٦ ساعات والمتاح من ساعات التجميع هو ١٠ ساعات وأن ربح الوحدة الأولى ٣ ريال، وربح الوحدة الثانية ٤ ريال، وأن السوق لا يستوعب أكثر من ٤ وحدات من المنتج الثاني. والمطلوب صياغة نموذج البرمجة الخطية الذي يحقق أعظم ربح؟

حل مثال رقم (٢ - ٢)

أولاً: نقوم بعمل جدول كالتالي:

المنتجات القيود	المنتج الأول س _١	المنتج الثاني س _٢	المتاح (المتوفر)
عمل	١	١	$6 \geq$
تجميع	٢	١	$10 \geq$
طلب السوق	—	ص	$4 \geq$
الربح	٣	٤	

ملاحظة:

- إذا كان القرار تعظيم ربح وكانت الطاقة غير مشروطة نجعل المتراجحة أقل من أو يساوس \geq .
- إذا كان القرار تقليل تكلفة وكانت الطاقة غير مشروطة نجعل المتراجحة أكبر من أو يساوي \leq .

ثانياً: يكون نموذج البرمجة الخطية كالآتي

$$1- \text{دالة الهدف } r \uparrow = 3s_1 + 4s_2$$

٢- القيود

$$- \text{ قيد العمل } s_1 + 2s_2 \geq 6$$

$$- \text{ قيد التجميع } s_1 + 2s_2 \geq 10$$

$$- \text{ قيد السوق } 2s_1 \geq 4$$

٣- **قيد عدم السالبة:** ويعني الحل يجب أن يكون دائماً في الربع الأول الموجب.

مثال رقم (٣ - ٢)

نفرض أن شركة الثوب السعودي تنتج ثلاثة أنواع من الثياب وتمتد بمراحل كما في الجدول التالي:

العمليات	النوع	القص	الحياكة	الكي	الربح
	كبير	٢	٣	٢	٦٠
	وسط	٢	٤	٣	٩٠
	صغير	١	٢	١	٥٥
	الزمن	١٢٠	١٨٠	١٥٠	

والمطلوب إيجاد النموذج الخطي؟

حل مثال رقم (٣ - ٢)

نفرض أن المنتج الكبير س_١، والمنتج الوسط س_٢، والمنتج الصغير س_٣
: دالة الهدف هـ (س↑) = ٦٠س_١ + ٩٠س_٢ + ٥٥س_٣

وحيث أن المتاح من الزمن غير مشروط ونحن نريد تعظيم ربح، لذلك نستخدم
أصغر من أو يساوي \geq

القيود: $١٢٠ \geq ٣س١ + ٢س٢ + ١س٣$ قيد القص

$١٨٠ \geq ٣س٢ + ٢س٤ + ١س٣$ قيد الحياكة

$١٥٠ \geq ٣س٣ + ٢س٣ + ١س٢$ قيد الكي

قيد عد السالبة: س_١، س_٢، س_٣ \leq صفر

مثال رقم (٤ - ٢)

تقوم أحد المستشفيات بشراء خليط من الطعام ط_١ بسعر ٦٥ ريال للكيلو الواحد
وخليط آخر من الطعام ط_٢ بسعر ٨٥ ريال للكيلو. ويحتوي كل كيلو جرام من ط_١
٢٥ وحدة فيتامين (أ) وعلى ٤٠ وحدة من فيتامين (ب)، كما يحتوي كل كيلو جرام
من ط_٢ على ٣٠ وحدة من فيتامين (أ) وعلى ٤٥ وحدة من فيتامين (ب) فإذا كانت
حاجة المستشفى اليومية ٣٤٠٠ وحدة من فيتامين (أ) وعلى الأكثر، و ٢٥٠٠ وحدة من
فيتامين (ب) على الأقل. كما أنه لا يزيد عدد الكيلوات من الطعام ط_٢ على ٨٠ كيلو
جرام. والمطلوب وضع البرنامج الخطي للمشكلة؟

حل مثال رقم (٤ - ٢)

نفرض أن ط_١ = س_١ ، ط_٢ = س_٢

المنتج	س _١	س _٢	المتاح
فيتامين (أ)	٢٥	٣٠	≥ ٣٤٠٠ على الأكثر
فيتامين (ب)	٤٠	٤٥	≤ ٢٥٠٠ على الأقل
التكلفة أو سعر الشراء	٦٥	٨٥	≥ ٨٠ لا يزيد

القيود:

$$\begin{aligned} \text{قيود الفيتامين (أ)} & \quad 3400 \geq 2s_1 + 3s_2 \\ \text{قيود الفيتامين (ب)} & \quad 2500 \leq 4s_1 + 5s_2 \\ \text{قيود الطلب على } s_2 & \quad 80 \geq s_2 \end{aligned}$$

قيود عد السالبة: $s_1, s_2 \geq 0$

ويمكن تعريف البرمجة الخطية بلغة بحوث العمليات كالتالي:

البرنامج الخطي هو نموذج رياضي يهدف إلى تحقيق أقصى Maximum أو أدنى Minimum قيمة لدالة خطية تعرف باسم دالة الهدف Objective Function. هذه الدالة مقيدة بمعادلات أو متراجحات تسمى قيوداً Constraints بحيث تأخذ دالة الهدف وجميع القيود صيغة العلاقة الرياضية، أي معادلات أو متراجحات من الدرجة الأولى.

طرق البرمجة الخطية

- ١- طرق عامة (الطريقة البيانية، وطريقة السيمبلكس).
- ٢- طرائق خاصة (طريقة النقل، طريقة التخصيص).

الفصل الثالث

البرمجة الخطية (الحل البياني)

حل البرمجة الخطية بيانياً

تعد الطريقة البيانية من أبسط طرق البرمجة الخطية التي تهدف إلى إيجاد الحلول المناسبة للمسائل الإدارية المختلفة (مسائل الإنتاج، مسائل التسويق، مسائل الأفراد...)، وبخاصة تلك المتعلقة باتخاذ القرارات ذات الموضوعات الفنية والمعايير الكمية. ويعيب هذه الطريقة أنه لا يمكن استخدامها لحل مشاكل تتضمن أكثر من مجهولين، وتقوم طريقة الحل بيانياً على تحديد منطقة نقاط الحلول الممكنة بيانياً، ثم اختيار النقطة التي تحقق أحسن قيمة لدالة الهدف.

خطوات الحل البياني

- ١- يتم تحديد دالة الهدف على شكل معادلة رياضية تمثل المتغيرين للمشكلة المراد حلها.
- ٢- يتم تحديد قيود المسألة على شكل متباينات.
- ٣- يرسم محورين متعامدين، المحور الأفقي يمثل المتغير (س) والمحور العمودي يمثل المتغير (ص).
- ٤- نرسم المستقيمات التي تحددها المتباينات ونحدد المنطقة المقبولة والمنطقة المرفوضة (تحديد منطقة الحل).
- ٥- تحديد الحل الأمثل للبرنامج الخطي.

- تعني علامة < أن منطقة الحل على يمين أو أعلى الخط المستقيم.
- تعني علامة > أن منطقة الحل على يسار أو أسفل الخط المستقيم.
- إذا كانت جميع علامات المتباينات أو إشارات المتباينات أقل من أو يساوي \geq تكون منطقة الحل محصورة بين تقاطع المستقيمات ونقطة الأصل.
- إذا كانت إشارات المتباينات تحتوي على أكبر من أو أقل من فإن منطقة الحل تكون أبعد من منطقة الأصل (٠ ، ٠).

مثال رقم (١ - ٣)

أوجد أكبر ربح ممكن إذا كانت دالة الهدف $\uparrow = 20s_1 + 30s_2$

طبقاً للآتي: $240 \geq 2s_2 + 3s_1$ ①

$160 \leq 2s_2 + s_1$ ②

$60 \geq s_1$ ③

$s_1, s_2 \leq \text{صفر}$

حل مثال رقم (١ - ٣)

١- نهمل دالة الهدف مؤقتاً.

٢- نحول المتراجحات إلى معادلات.

القيد الأول

$$240 = 2s_2 + 3s_1$$

نفرض أن $s_1 = \text{صفر}$

$$240 = 2s_2 + 0 \times 3$$

$$240 = 2s_2$$

$$120 = \frac{240}{2} = \frac{2}{2}s_2$$

$$120 = s_2$$

المحور الصادي

s_1, s_2

$(120, 0)$

$$240 = 2s_2 + 3s_1$$

$$240 = 0 \times 2 + 3s_1$$

$$240 = 3s_1$$

$$80 = \frac{240}{3} = \frac{3}{3}s_1$$

$$80 = s_1$$

المحور السيني

s_1, s_2

$(0, 80)$

نفرض أن $s_2 = \text{صفر}$

القيد الثاني

$$160 = 2s_2 + s_1$$

$$160 = 2s_2 + 0$$

$$160 = 2s_2$$

$$80 = \frac{160}{2} = \frac{2}{2}s_2$$

$$80 = s_2$$

نفرض أن $s_1 = \text{صفر}$

المحور الصادي

s_1, s_2

$(80, 0)$

المحور السيني

س١ ، س٢

(٠ ، ١٦٠)

(٦٠ ، صفر)

$$١٦٠ = ٢س٢ + ١س١$$

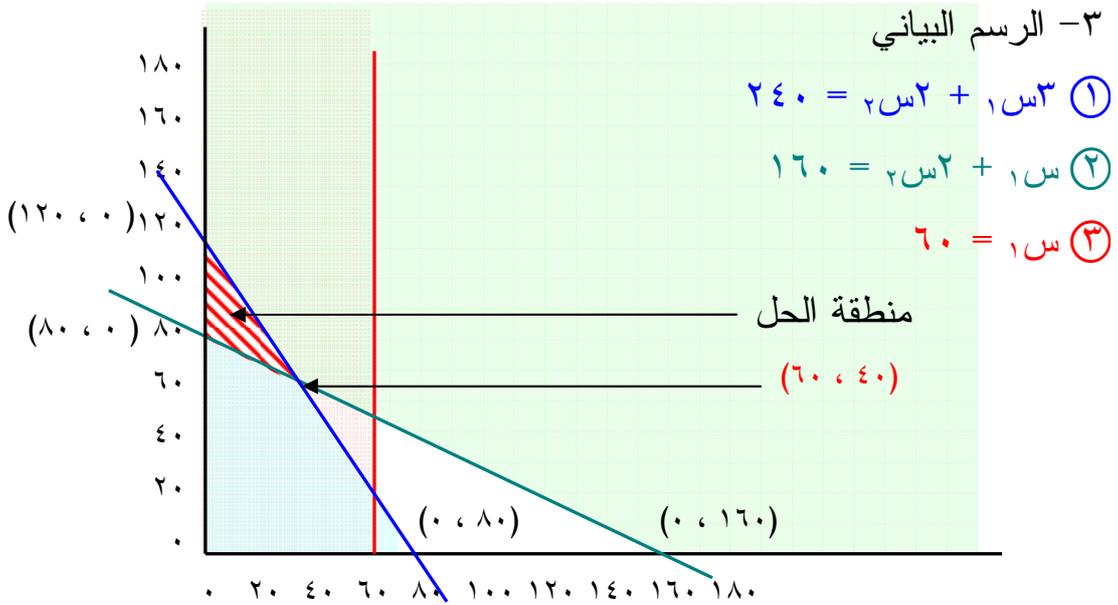
$$١٦٠ = ٠ \times ٢ + ١س١$$

$$١٦٠ = ١س١$$

$$٦٠ = ١س١$$

نفرض أن س٢ = صفر

القيود الثالث



ولإيجاد نقطة الحل حسابياً نوجد تقاطع القيد الأول مع القيد الثاني باستخدام المحددات، كما يمكن إيجادها بطريقة الحذف والتعويض.

$$٢٤٠ = ٢س٢ + ١س٣$$

$$١٦٠ = ٢س٢ + ١س١$$

باستخدام طريقة المحددات:

$$\Delta = ٢ - ٦ = \begin{vmatrix} ٢ & ٣ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix}$$

$$١س١ \Delta = ٣٢٠ - ٤٨٠ = \begin{vmatrix} ٢ & ٢٤٠ \\ ٢ & ١٦٠ \end{vmatrix}$$

$$٢س٢ \Delta = ٢٤٠ - ٤٨٠ = \begin{vmatrix} ٢٤٠ & ٣ \\ ١٦٠ & ١ \end{vmatrix}$$

$$١س١ = \frac{١٦٠}{\Delta} = \frac{٣٢٠ - ٤٨٠}{٢ - ٦} = ٤٠$$

$$٦٠ = \frac{٢٤٠}{٤} = \frac{س}{\Delta} = ٢س$$

∴ النقطة هي (٦٠ ، ٤٠)

للوصل إلى الحل الأصل نقوم بالتعويض بأركان أو نقاط منطقة الحل في دالة الهدف

نقاط الحل	دالة الهدف $١٥س١ + ٢٠س٢$	قيمة الدالة
(٦٠ ، ٤٠)	$٦٠ \times ٢٠ + ٤٠ \times ١٥$	١٨٠٠
(١٢٠ ، ٠)	$١٢٠ \times ٢٠ + ٠ \times ١٥$	٢٤٠٠
(٨٠ ، ٠)	$٨٠ \times ٢٠ + ٠ \times ١٥$	١٦٠٠

∴ نجد أن أعظم ربح هو ٢٤٠٠ عند النقطة (١٢٠ ، ٠)

وبذلك يمكن إنتاج س١ = ٠ ، س٢ = ١٢٠

مثال رقم (٢ - ٣)

أوجد أكبر قيمة للدالة $٤س٢ + ١س٦ = هـ$

طبقاً للآتي:

① $٤٢ \geq ٢س٦ + ١س٦$

② $٤ \geq ٢س + ١س -$

③ $٢ \geq ١س$

$١س ، ٢س \leq$ صفر

حل مثال رقم (٢ - ٣)

القيد الأول

$$٤٢ = ٢س٦ + ١س٦$$

$$٤٢ = ٢س٦ + ٠ \times ٦$$

$$٤٢ = ٢س٦$$

$$٧ = \frac{٤٢}{٢} = ٢س٦$$

$$٧ = ٢س$$

نفرض أن س١ = صفر

المحور الصادي

س١ ، س٢

(٧ ، ٠)

$$42 = 2س٦ + ١س٦$$

$$42 = ٠ \times ٦ + ١س٦$$

$$42 = ١س٦$$

$$٧ = \frac{42}{٦} = ١س٦$$

$$٧ = ١س٦$$

نفرض أن س٦ = صفر

المحور السيني

س٦ ، س٦

(٠ ، ٧)

$$٤ = ٢س٦ + ١س٦ -$$

$$٤ = ٢س٦ + ٠$$

$$٤ = ٢س٦$$

القيد الثاني

نفرض أن س٦ = صفر

المحور الصادي

س٦ ، س٦

(٤ ، ٠)

$$٤ = ٢س٦ + ١س٦ -$$

$$٤ = ١س٦ -$$

$$\frac{٤}{١-} = \frac{س٦}{١-}$$

$$٤- = ١س٦$$

نفرض أن س٦ = صفر

المحور السيني

س٦ ، س٦

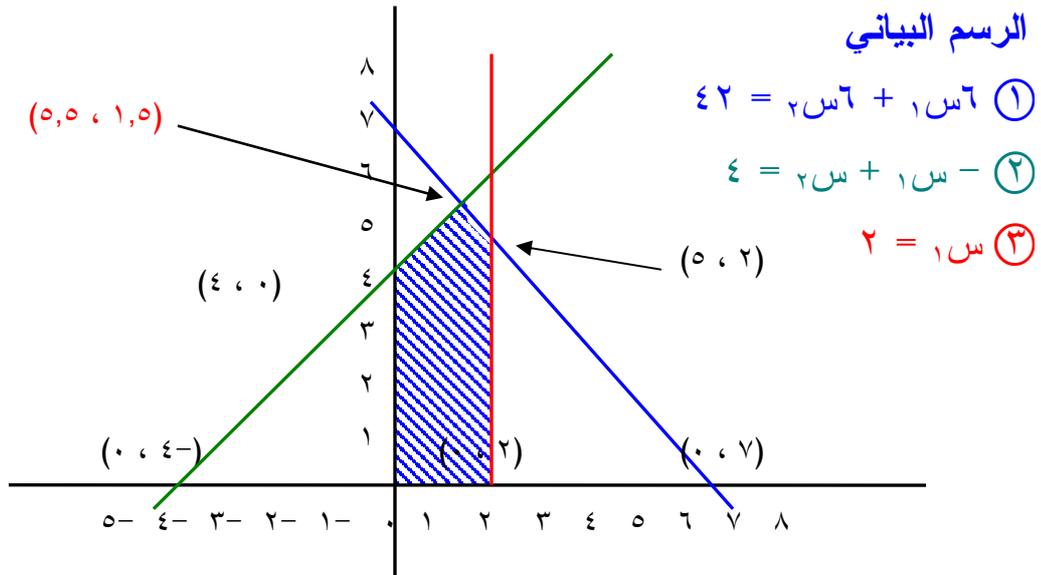
(٠ ، ٤-)

(٢ ، صفر)

$$٢ = ١س٦$$

القيد الثالث

الرسم البياني



ولإيجاد نقطة الحل حسابياً نوجد تقاطع القيد الأول مع القيد الثاني باستخدام المحددات، كما يمكن إيجادها بطريقة الحذف والتعويض.

$$٤٢ = ١س٦ + ٢س٦$$

$$٤ = ١س + ٢س$$

باستخدام طريقة المحددات:

$$١٢ = (٦-) - ٦ = \begin{vmatrix} ٦ & ٦ \\ ١ & ١- \end{vmatrix} \Delta$$

$$١٨ = ٢٤ - ٤٢ = \begin{vmatrix} ٦ & ٤٢ \\ ١ & ٤ \end{vmatrix} ١س \Delta$$

$$٦٦ = (٤٢-) - ٢٤ = \begin{vmatrix} ٤٢ & ٦ \\ ٤ & ١- \end{vmatrix} ٢س \Delta$$

$$١,٥ = \frac{١٨}{١٢} = \frac{١س \Delta}{\Delta} = ١س$$

$$٥,٥ = \frac{٦٦}{١٢} = \frac{٢س \Delta}{\Delta} = ٢س$$

∴ النقطة هي (١,٥ ، ٥,٥)

ولإيجاد نقطة القيد الأول مع القيد الثالث

$$٤٢ = ١س٦ + ٢س٦$$

$$٢ = ١س$$

نقوم بالتعويض عن قيمة س١ = ٢ في المعادلة الأولى ٤٢ = ١س٦ + ٢س٦

$$٤٢ = ٢س٦ + ٢ \times ٦$$

$$٤٢ = ٢س٦ + ١٢$$

$$٤٢ = ٢س \frac{٦}{٦} + ١٢$$

$$١٢ - ٤٢ = ٢س \frac{٦}{٦}$$

$$٣٠ = ٢س \frac{٦}{٦}$$

$$\frac{٣٠}{٦} = ٢س \frac{٦}{٦}$$

$$٥ = ٢س$$

للوصول إلى الحل الأمثل نعوض بأركان منطقة الحل في دالة الهدف

نقاط الأركان	دالة الهدف $٢س٤ + ١س٦$	قيمة الدالة
(٠ ، ٠)	$٠ + ٠ = (٠ \times ٤) + (٠ \times ٦)$	صفر
(٤ ، ٠)	$١٦ + ٠ = (٤ \times ٤) + (٠ \times ٦)$	١٦
(٥,٥ ، ١,٥)	$٢٢ + ٩ = (٥,٥ \times ٤) + (١,٥ \times ٦)$	٣١
(٥ ، ٢)	$٢٠ + ١٢ = (٥ \times ٤) + (٢ \times ٦)$	٣٢
(٠ ، ٢)	$٠ + ١٢ = (٠ \times ٤) + (٢ \times ٦)$	١٢

∴ نجد أن أعظم ربح هو ٣٢ عند النقطة (٥ ، ٢)

مثال رقم (٣ - ٣)

أوجد أقل تكلفة للمشكلة التالية:

$$\downarrow د = ٢س٤ + ١س٤$$

بشرط أن:

$$١٠ \geq ٢س٣ + ١س$$

$$٦ \leq ٢س + ١س$$

$$١س ، ٢س \leq \text{صفر}$$

حل مثال رقم (٣ - ٣)

القيد الأول

نفرض أن $١س = \text{صفر}$

$$١٠ = ٢س٣ + ١س$$

$$١٠ = ٢س٣$$

$$٣,٣ = \frac{١٠}{٣} = ٢س$$

$$٧ = ٢س$$

المحور الصادي

$$٢س ، ١س$$

$$(٣,٣ ، ٠)$$

المحور السيني

$$٢س ، ١س$$

$$(٠ ، ١٠)$$

$$١٠ = ٢س٣ + ١س$$

$$١٠ = ١س$$

نفرض أن $٢س = \text{صفر}$

المحور الصادي

س١ ، س٢

(٦ ، ٠)

$$٦ = ٢س٢ + ١س١$$

$$٦ = ٢س٢$$

القيود الثاني

نفرض أن س١ = صفر

المحور السيني

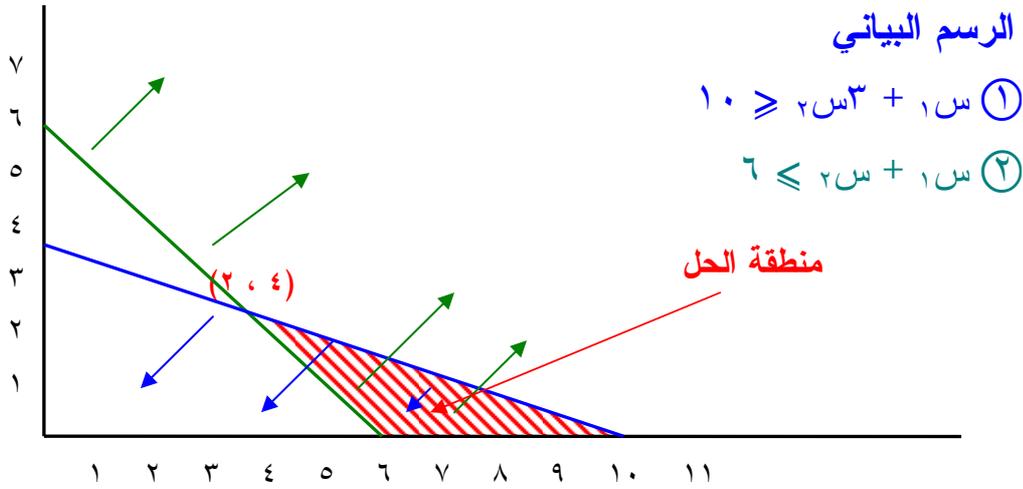
س١ ، س٢

(٠ ، ٦)

$$٦ = ٢س٢ + ١س١$$

$$٦ = ١س١$$

نفرض أن س٢ = صفر



ولإيجاد نقطة الحل حسابياً نوجد تقاطع القيد الأول مع القيد الثاني باستخدام المحددات، كما يمكن إيجادها بطريقة الحذف والتعويض.

$$١٠ = ٢س٢ + ١س١$$

$$٦ = ٢س٢ + ١س١$$

باستخدام طريقة المحددات:

$$٢- = ٣- ١ = \begin{vmatrix} ٣ & ١ \\ ١ & ١ \end{vmatrix} = \Delta$$

$$٨- = ١٨ - ١٠ = \begin{vmatrix} ٣ & ١٠ \\ ١ & ٦ \end{vmatrix} = ١س١ \Delta$$

$$٤- = ١٠ - ٦ = \begin{vmatrix} ١٠ & ١ \\ ٦ & ١ \end{vmatrix} = ٢س٢ \Delta$$

$$٤ = \frac{٨-}{٣-} = \frac{١س١ \Delta}{\Delta} = ١س١$$

$$٢ = \frac{٤^-}{٦^-} = \frac{س \Delta}{\Delta} = ٢س$$

∴ النقطة هي (٢ ، ٤)

وللوصول إلى الحل الأمثل نعوض بأركان منطقة الحل في دالة الهدف

قيمة الدالة	دالة الهدف $٢س٤ + ١س٤$	نقاط الأركان
٢٤	$٢٤ = (٠ \times ٤) + (٦ \times ٤)$	(٠ ، ٦)
٤٠	$٤٠ = (٠ \times ٤) + (١٠ \times ٤)$	(٠ ، ١٠)
٢٤	$٢٤ = (٢ \times ٤) + (٤ \times ٤)$	(٢ ، ٤)

∴ نجد أن أقل تكلفة هي ٢٤ عند النقطة (٠ ، ٦) أو (٢ ، ٤) ويمكن أن يختار مدير المشروع بين هاذين النقطتين لينتج عندهما وكلاهما سوف يشكلان أقل تكلفة.

الفصل الرابع

البرمجة الخطية (الحل بطريقة السمبلكس)

حل البرمجة الخطية بطريقة السمبلكس The Simplex Method

تعد طريقة السمبلكس أسلوباً متطوراً لحل مسائل البرمجة الخطية التي تتكون من أكثر من متغيرين، وهي من أفضل إنجازات القرن الماضي في مجال بحوث العمليات والبرمجة الخطية، وازدادت أهميتها مع تزايد إمكانيات وضع وتطوير برامج حاسوبية لتطبيق الطريق وإيجاد حلول بالسرعة المذهلة، وبالذقة العالية. ومهما كان عدد المتغيرات (مئات، آلاف...) فالحل يمكن أن يتوفر في خلال ثواني، ومن أهم هذه البرامج LP، LINDO.

تسير طريقة السمبلكس بخطوات منتظمة في إيجاد الحل الأمثل. ويتم الحصول على الحل الأمثل بإتباع خطوات معدودة، علماً أن طريقة السمبلكس تشير إلى نوعية الحلول فيما إذا كانت المسألة بدون حل أمثل أو أن لها حلولاً متعددة.

وبمقارنة طريقة السمبلكس بالطريقة الجبرية نلاحظ أنها متشابهة للطريقة الجبرية المستخدمة لحل جملة المعادلات الخطية مع اختلاف بسيط وهو أن المعادلات الخطية للمسألة موضوع الحل تكتب على شكل جدول.

طريقة السمبلكس

لاحظنا عند حل البرنامج الخطي بيانياً أن الحل الأمثل يقع دائماً على أحد النقاط القصوى Extreme Points والمحددة لمنطقة الحلول الممكنة. وتعتمد طريقة السمبلكس على اختيار نقطة قصوى ممكنة Feasible Extreme Point عادة تكون نقطة الأصل The Origin Point، وينتقل الحل في عمليات متتالية من نقطة إلى أخرى أفضل منها حتى يصل إلى النقطة التي تحقق الحل الأمثل. ولشرح خطوات السمبلكس نستعين بالمثل التالي.

مثال رقم (١ - ٤)

أوجد أكبر ربح باستخدام أسلوب السمبلكس وفقاً للآتي:

$$ه س \uparrow = ١ س٥ + ٢ س٧$$

$$٤٠ \geq ٢ س٥ + ١ س٨ \quad \text{طبقاً للقيود}$$

$$٤ \geq ٢ س - ١ س$$

$$٤ \geq ١ س$$

$$٢ س، ١ س \leq \text{صفر}$$

حل مثال رقم (١ - ٤)

① نقوم بإضافة متغيرات إضافية لكل قيد من القيود، يكون معامل هذا المتغير هو (واحد صحيح)، بينما يكون في دالة الهدف معامل المتغير هو (صفر)، ونبدأ من بعد آخر رتبة في المتغيرات الأساسية، كالآتي:

هنا آخر رتبة لـ
(س) هي (٢) فنبدأ
بـ (٣)

$$٣ س \quad ٤٠ \geq ٢ س٥ + ١ س٨$$

$$٤ س \quad ٤ \geq ٢ س - ١ س$$

$$١ س \quad ٤ \geq ١ س$$

وتصبح دالة الهدف:

$$ه س٥ + ٢ س٧ + ٣ س٥ + ٤ س٥ + ١ س٥$$

$$٤٠ = ١ س٨ + ٢ س٥ + ٣ س٥ + ٤ س٥ + ١ س٥ \quad \text{القيود:}$$

$$٤ = ١ س - ٢ س + ٣ س٥ + ٤ س٥ + ١ س٥$$

$$٤ = ١ س + ٢ س٥ + ٣ س٥ + ٤ س٥ + ١ س٥$$

② ثم نقوم بوضع النموذج السابق في الجدول المبدئي للحل، وهذا الجدول يحتوي على:

- معاملات المتغيرات في دالة الهدف ونرمز لها بـ (م).
- ومتغيرات أساسية: تحتوي على رموز المتغيرات الموجودة بالقيود.
- ثم نقوم بوضع المتغيرات الإضافية مع تفرغ المعاملات من القيود السابقة بالجدول.

- بالإضافة إلى خانة الثوابت (ب)، وخانة بها أرباح المتغيرات (م)، وخانة خارج القسمة، كما هو موضح بالجدول التالي:

أ- نقوم بتفريغ دالة الهدف والقيود في الجدول كالتالي

جدول الحل المبدئي

م	٥	٧	صفر	صفر	صفر	ب	م	خارج القسمة
١س	١س	٢س	٣س	س٤	س٥	ب	م	خارج القسمة
٣س	٨	٥	١	صفر	صفر	٤٠		
س٤	١	١-	صفر	١	صفر	٤		
س٥	١	صفر	صفر	صفر	١	٤		

ب- نقوم بضرب جميع المتغيرات بربح الظل (م)، ثم نقوم بجمعها (ظ ل)، ثم نقوم بإيجاد (م - ظ ل)، نبحث عن أكبر قيمة موجبة لنواتج (م - ظ ل) لتحديد العمود الداخل، ثم نقسم الثوابت على قيم العمود الداخل مع استبعاد القسمة على أصفار أو سالب، ثم نختار من العمود خارج القسمة أصغر قيمة موجبة لتحديد الصف الخارج، ونسمي نقطة تقاطع العمود الداخل مع الصف الخارج (نقطة الارتكاز، أو المحور، أو المفتاح).

م	٥	٧	صفر	صفر	صفر	ب	م	خارج القسمة
١س	١س	٢س	٣س	س٤	س٥	ب	م	خارج القسمة
٣س	٨	٥	١	صفر	صفر	٤٠	صفر	$٨ = \frac{٤٠}{٥}$
س٤	١	١-	صفر	١	صفر	٤	صفر	$٤ - = \frac{٤}{١}$
س٥	١	صفر	صفر	صفر	١	٤	صفر	$∞ = \frac{٤}{٠}$
ظ ل	صفر							
	صفر							
	صفر							
ظ ل	صفر							
م - ظ ل	٥	٧	صفر	صفر	صفر			

ج- نقوم بعمل جدول آخر للوصول إلى الحل الأمثل كلما أمكن.
نقوم بحذف الصف الخارج، ونضع مكانه العمود الداخل، ولإيجاد القيم الجديدة لهذا الصف نقوم بقسمة قيم الصف الخارج على المفتاح.
إذا كان الصف الخارج يحتوي على أصفار ننقل العمود المحتوي على صفر كما هو دون تغيير. وإذا كان العمود الداخل يحتوي على أصفار ننقل صفه كما هو.
ولتجديد أي عنصر نقوم باستخدام القانون التالي:

$$\text{العنصر الجديد} = \text{العنصر القديم} - \frac{\text{المقابل في العمود الداخل} \times \text{المقابل في الصف الخارج}}{\text{المفتاح}}$$

ثم نقوم بإعادة الخطوة في الخطوة (ب) مرة أخرى.

		صفر	صفر	صفر	٧	٥	رل
رل	ب	س٥	س٤	س٣	س٢	س١	المتغيرات الأساسية
٧	٨	صفر	صفر	$\frac{١}{٥}$	١	$\frac{٨}{٥}$	س٢
صفر	١٢	صفر	١	$\frac{١}{٥}$	صفر	$\frac{١٣}{٥}$	س٤
صفر	٤	١	صفر	صفر	صفر	١	س٥
	٥٦	صفر	صفر	$\frac{٧}{٥}$	٧	$\frac{٥٦}{٥}$	ظل
	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	
	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	
	٥٦	صفر	صفر	$\frac{٧}{٥}$	٧	$\frac{٥٦}{٥}$	ظل
				$\frac{٧}{٥} - ٠$	$٧ - ٧$	$\frac{٥٦}{٥} - ٥$	رل - ظل
	٥٦	صفر	صفر	$\frac{٧}{٥} -$	صفر	$\frac{٣١}{٥} -$	=

ينتهي الحل في السمبلكس عندما تكون جميع قيم (رل - ظل) = صفر أو قيمة سالبة تحت المتغيرات الأساسية أو الإضافية.
وفي هذا المثال أكبر قيمة في عمود الثوابت (ب) هي ٥٦ عندما س٢ عمود (ب) = ٨ ، س٤ في عمود (ب) = ١٢ ، س٥ في عمود (ب) = ٤.

مثال رقم (٢ - ٤)

$$\text{أوجد } H \text{ س } \uparrow = 1س٥٠ + 2س٨٠ + 3س١٢٠$$

$$\text{في ظل القيود الآتية: } 90 \geq 3س١ + 2س٢ + 3س٣$$

$$60 \geq 3س١ + 2س٢ + 1س٣$$

$$20 \geq 2س١ + 1س٢$$

علماً بأن س١، س٢، س٣ \leq صفر

حل مثال رقم (٢ - ٤)

نقوم بإضافة متغيرات إضافية لكل قيد من القيود، ويكون معامل هذا المتغير هو (واحد صحيح)، بينما في دالة الهدف يكون معامل المتغير هو (صفر) ونبدأ من بعد آخر رتبة في المتغيرات الأساسية كالتالي:

القيد الأول نضيف له س٤

القيد الثاني نضيف له س٥

القيد الثالث نضيف له س٦

وتصبح دالة الهدف كالتالي:

$$1س٥٠ + 2س٨٠ + 3س١٢٠ + 4س٤ + 5س٥ + 6س٦$$

القيود:

$$90 = 3س١ + 2س٢ + 3س٣ + 4س٤ + 5س٥ + 6س٦$$

$$60 = 3س١ + 2س٢ + 1س٣ + 4س٤ + 5س٥ + 6س٦$$

$$20 = 2س١ + 1س٢ + 3س٣ + 4س٤ + 5س٥ + 6س٦$$

ثم نقوم بتفريخ هذه القيود على الجدول المبني كالتالي:

د	٥٠	٨٠	١٢٠	صفر	صفر	صفر	د
المتغيرات الأساسية	١س	٢س	٣س	٤س	٥س	٦س	ب
٤س	٣	١	٢	١	صفر	صفر	٩٠
٥س	٢	١	٢	صفر	١	صفر	٦٠
٦س	٢	١	صفر	صفر	صفر	١	٢٠

جدول الحل المبدئي

خارج القسمة	رل	ب	صفر	صفر	صفر	١٢٠	٨٠	٥٠	رل
			٦س	٥س	٤س	٣س	٢س	١س	المتغيرات الأساسية
$٤٥ = \frac{٩}{٢}$	صفر	٩٠	صفر	صفر	١	٢	١	٣	٤س
$٣٠ = \frac{٦}{٢}$	صفر	٦٠	صفر	١	صفر	٢	١	٢	٥س
$\infty = \frac{٢}{٢}$	صفر	٢٠	١	صفر	صفر	صفر	١	١	٦س
		صفر	ظل						
		صفر							
		صفر							
			صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	ظل
			صفر	صفر	صفر	١٢٠	٨٠	٥٠	رل - ظل

جدول رقم (٢)

خارج القسمة	رل	ب	صفر	صفر	صفر	١٢٠	٨٠	٥٠	رل
			٦س	٥س	٤س	٣س	٢س	١س	المتغيرات الأساسية
$\infty = \frac{٣}{٢}$	صفر	٣٠	صفر	١ -	١	صفر	صفر	١	٤س
$٦٠ = \frac{٣}{٥}$	١٢٠	٣٠	صفر	$\frac{١}{٦}$	صفر	١	$\frac{١}{٦}$	١	٣س
$٢٠ = \frac{٢}{١}$	صفر	٢٠	١	صفر	صفر	صفر	١	١	٦س
		صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	ظل
		٣٦٠٠	صفر	٦٠	صفر	١٢٠	٦٠	١٢٠	
		صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	
			صفر	٦٠	صفر	١٢٠	٦٠	١٢٠	ظل
			صفر	٦٠ -	صفر	صفر	٢٠	٧٠ -	رل - ظل

توضيح جدول رقم (٢)

لتجديد الخانات في الجدول رقم (١) ووضعها في جدول رقم (٢) نستخدم القانون:

العنصر الجديد = العنصر القديم - المقابل في العمود الداخل × المقابل في الصف الخارج
المفتاح

$$1 = 2 - 3 = \frac{4}{3} - 3 = \frac{2 \times 2}{3} - 3 = 3$$

$$\text{تجديد } 1 = 1 - 1 = \frac{1 \times 2}{3} - 1 = 1$$

$$\text{تجديد } 1 = 1 - 0 = \frac{1 \times 2}{3} - 0 = 0$$

$$\text{تجديد } 30 = 60 - 90 = \frac{120}{3} - 90 = \frac{2 \times 60}{3} - 90 = 90$$

جدول رقم (٣)

رل	ب	صفر	صفر	صفر	١٢٠	٨٠	٥٠	رل
		٦س	٥س	٤س	٣س	٢س	١س	
صفر	٣٠	صفر	١ -	١	صفر	صفر	١	٤س
١٢٠	٢٠	$\frac{1}{3}$ -	$\frac{1}{3}$	صفر	١	صفر	$\frac{1}{3}$	٣س
٨٠	٢٠	١	صفر	صفر	صفر	١	١	٢س
	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	ظل
	٢٤٠٠	٦٠ -	٦٠	صفر	١٢٠	صفر	٦٠	
	١٦٠٠	٨٠	صفر	صفر	صفر	٨٠	٨٠	
	٤٠٠٠	٢٠	٦٠	صفر	١٢٠	٨٠	١٤٠	ظل
		٢٠ -	٦٠ -	صفر	صفر	صفر	٩٠ -	رل - ظل

$$1 = 0 - 1 = \frac{0}{3} - 1 = \frac{2 \times 0}{3} - 1 = 1$$

$$0 = 1 - 1 = \frac{2 \times 0}{3} - 1 = 1$$

$$20 = 10 - 30 = \frac{20 \times 0}{3} - 30 = 30$$

حيث أن رل - ظل جميعها أصفار وسالب بذلك يكون الحل الأمثل في العمود

(ب) كالاتي: أكبر قيمة هي ٤٠٠٠ عندما س٤ = ٣٠ ، س٣ = ٢٠ ، س٢ = ٢٠

الفصل الخامس

مشكلة النقل

تعتبر مشكلة النقل حالة خاصة من البرمجة الخطية، والتي يمكن حلها بطريقة أكثر كفاية من طريقة السمبلكس بسبب طبيعة تكوينها. وهي تعالج بصفة عامة مشاكل نقل البضائع وتوزيعها. إلا أن هذا لا يمنع من استخدام نموذج مشكلة النقل بعد تعديله في حل مشاكل أخرى مماثلة من حيث التكوين Structure، ولا يشترط أن يكون لها علاقة بالموصلات ونقل البضائع كمشاكل التمويل على سبيل المثال.

عناصر مشكلة النقل

من المتطلبات الأساسية لتطبيق أسلوب مشكلة النقل في حل مشكلة إدارية توفر العناصر التالية:

- ١- مواقع توزيع (مصانع، مستودعات) لكل منها طاقة محددة (كمية عرض (Supply).
- ٢- مواقع طلب (مراكز تجارية، وزبائن محددة مواقعهم) لكل مهم طلب محدد (Demand).
- ٣- هناك تكلفة نقل محددة مسبقاً لنقل البضاعة من الفئة (١) إلى الفئة (٢).
- ٤- لكي نستطيع حل المشكلة يجب أن تكون كمية العرض تساوي تماماً كمية الطلب (وهذا شبه مستحيل في الحياة العملية، لذلك فإننا نتغلب عليها بحيلة رياضية).

طرق إيجاد تكاليف النقل

إن الهدف الأساسي هنا هو إيجاد أقل تكلفة كلية لنقل البضائع من أماكن إنتاجها (والتي تمثل الصفوف) إلى المستودعات أو المحلات أو المستهلك (والتي تمثل الأعمدة). ومن شروط النقل أنه لا بد أن يكون مجموع العرض مساوياً لمجموع الطلب. ولإيجاد تكاليف النقل نستخدم طرق عديدة، وسوف نقتصر هنا على طريقتين فقط، هما:

- ١- طريقة الشمال الشرقي (من الشرق إلى الغرب).
- ٢- طريقة أدنى تكلفة (أو أقل تكلفة).

مثال رقم (١ - ٥)

الجدول التالي يوضح الكميات المتوفرة مقابل مراكز الإنتاج (العرض) وكذلك الكميات المطلوبة وأسعار النقل:

من / إلى	حائل	القصيم	أبها	الطاقة
جدة	٢٣	٢٤	١٦	٢٢٠
الدمام	١٦	١٣	٩	٢٤٠
الرياض	٢٠	١٥	١٢	١٩٠
الطلب	٢٣٠	٢٤٠	١٨٠	٦٥٠

المطلوب: إيجاد الحل الأمثل بأقل تكاليف نقل ممكنة.

حل مثال رقم (١ - ٥)

أولاً: طريقة الشرق إلى الغرب (الشمال الشرقي)

- نبدأ بأول خلية في أقصى اليمين ونملأها بالكمية الأقل وساء كانت المعروضة أو المطلوبة ثم نطرحها من الكمية المعروضة والكمية المطلوبة.
- وكلما انتهينا من صف أو عمود يتم تجاهل خلاياه الأخرى ونسير في اتجاه الباقي، ونطبق نفس القاعدة السابقة وهي ملأ الخلية بالكمية الأقل سواء كانت الكمية المعروضة أو المطلوبة، ويتم تكرار هذا العمل حتى تنتهي جميع الكميات المعروضة والمطلوبة.
- ولكي نتأكد من صحة الحل لابد أن يتحقق شرط أن عدد الخلايا المملوءة يساوي (عدد الصفوف + عدد الأعمدة) - ١.
- ومن ثم نوجد تكلفة النقل بضرب قيمة نقل كل خلية مع الكمية بداخلها وجمع النواتج لنحصل على التكلفة الكلية للنقل.

من	إلى	حائل	القصيم	أبها	الطاقة
جدة	٢٣	٢٢٠	٢٤	١٦	٢٢٠ صفر
الدمام	١٦	١٠	١٣	٩	٢٣٠ ٢٤٠ صفر
الرياض	٢٠	—	١٥	١٢	١٨٠ ١٩٠ صفر
الطلب		٢٣٠ ١٠ صفر	٢٤٠ ١٠ صفر	١٨٠ صفر	٦٥٠

وللتأكد من الحل: عدد الخلايا الممتلئة = (عدد الصفوف + عدد الأعمدة) - ١

$$١ - (٣ + ٣) = ٥$$

$$تكاليف النقل = (٢٣ \times ٢٢٠) + (١٦ \times ١٠) + (١٣ \times ٢٣٠) + (١٥ \times ١٠) + (١٢ \times ١٨٠) = ١٠٥٢٠ \text{ ريال.}$$

ثانياً: الحل بطريقة أقل تكلفة (أدنى تكلفة)

- في هذه الطريقة نحدد الخلية التي بها أقل سعر للنقل، ويتم ملأ هذه الخلية بالكمية الأقل سواء كانت المعروضة أو المطلوبة، ثم نطرحها من الكمية المعروضة والكمية المطلوبة.
- وكلما انتهينا من صف أو عمود يتم تجاهل خلاياه الأخرى، ثم نبحث عن خلية أخرى ذات سعر نقل أقل، ونطبق نفس الأسلوب السابق حتى تنتهي جميع الكميات المعروضة والمطلوبة.

من	إلى	حائل	القصيم	أبها	الطاقة
جدة	٢٣	٢٢٠	٢٤	١٦	٢٢٠ صفر
الدمام	١٦	—	١٣	٩	٢٣٠ ٢٤٠ ٦٠ صفر
الرياض	٢٠	١٠	١٥	١٢	١٨٠ ١٩٠ ١٠ صفر
الطلب		٢٣٠ ٢٢٠ صفر	٢٤٠ ١٨٠ صفر	١٨٠ صفر	٦٥٠

وللتأكد من الحل: عدد الخلايا الممتلئة = (عدد الصفوف + عدد الأعمدة) - ١

$$١ - (٣ + ٣) = ٥$$

$$تكاليف النقل = (٢٣ \times ٢٢٠) + (٦٠ \times ١٣) + (٢٠ \times ١٠) + (١٥ \times ١٨٠) = (٩ \times ١٨٠) = ١٠٣٦٠ \text{ ريال.}$$

والآن وجدنا أن الأفضل في الحل المبدئي هي طريقة أدنى تكلفة وذلك لأنها تعطي تكاليف نقل أقل (١٠,٣٦٠ ريال) أقل من (١٠,٥٢٠ ريال). إذن طريقة أدنى تكلفة في هذا المثال هي الأفضل كحل مبدئي.

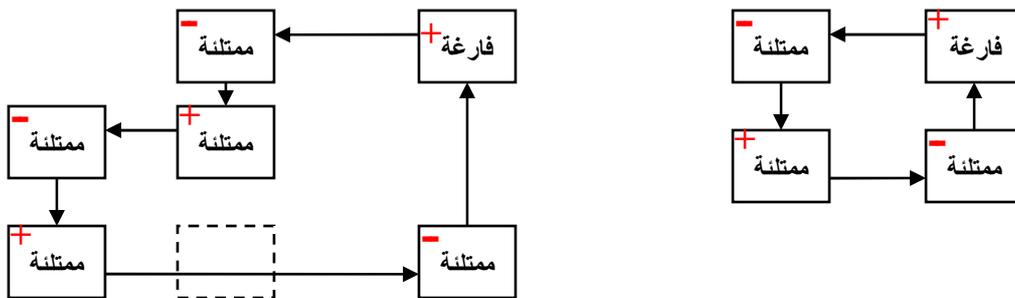
طريقة الحل الأمثل

هناك عدة طرق لإيجاد الحل الأمثل وسوف نكتفي هنا بطريقة (المسار المغلق) أو (طريقة مؤشرات التحسين) وهي طريقة مباشرة تستخدم في اختبار مثولية الحل ونقوم على الخطوات التالية:

أ- نحدد المتغيرات غير الأساسية والتي تمثل الخلايا الفارغة ونبدأ من أول خلية فارغة في الجدول، ثم التي تليها وهكذا... الخ.

ب- يتم تحديد المسارات بالانتقال من الخلية الفارغة (فتأخذ إشارة موجب +) المراد اختبارها إلى خلية ممتلئة (فتأخذ إشارة سالب -)، علماً بأن المسار المغلق يبدأ بالخلية الفارغة وينتهي عندها، فنتجه نحو اتجاه عقارب الساعة أو العكس، وإذا كان هناك متغيرين أساسيين في طريق المسار فإننا نخرج عن المتغير غير الركني، ويكون عدد المسارات الفارغة مساوي لعدد المسارات الممتلئة.

ج- بذلك يظهر لنا الشكل المربع أو المستطيل أو شكل الدرج، كما في الشكل التالي:



وبالرجوع إلى الحل بطريقة أدنى تكلفة، نقوم باختبار الخلية المراد تحسينها:
الاختبار الأول:

الطاقة	أبها	القصيم	حائل	إلى / من
صفر	—	٢٤	٢٣	جدة
صفر	١٨٠	٦٠	١٦	الدمام
صفر	—	١٥	٢٠	الرياض
٦٥٠	صفر	صفر	صفر	الطلب

$$\text{جدة / القصيم} = ٢٤ + = ١٥ - ٢٠ + ٢٣ - ٢٤ + = ٦ +$$

أي أن هذه الخلية لا نحتاج إلى تحسين

ولاختبار الخلية التي تليها أو الاختبار الثاني:

الطاقة	أبها	القصيم	حائل	إلى / من
صفر	—	٢٤	٢٣	جدة
صفر	١٨٠	٦٠	١٦	الدمام
صفر	—	١٥	٢٠	الرياض
٦٥٠	صفر	صفر	صفر	الطلب

$$\text{جدة / أبها} = ١٦ + = ٩ - ١٣ + ١٥ - ٢٠ + ٢٣ - ١٦ + = ٢ +$$

أي أن هذه الخلية لا تحتاج إلى تحسين.

ملاحظة: إذا كانت نواتج المؤشرات موجبة أو صفر تكون مرفوضة (أي أنها لا تحتاج إلى تحسين)، وإذا كان هناك مؤشر سالب فمعنى ذلك أنه يمكن إجراء عملية تحسين لهذه الخلية.

ولاختبار الخلية التي تليها أو الاختبار الثالث:

من / إلى	حائل	القصيم	أبها	الطاقة
جدة	٢٣	٢٤	١٦	صفر
الدمام	١٦	١٣	٩	صفر
الرياض	٢٠	١٥	١٢	صفر
الطلب	صفر	صفر	صفر	٦٥٠

$$\text{الدمام / حائل} = ٢٠ - ١٥ + ١٣ - ١٦ = ٢ -$$

∴ الناتج سالب إذاً هذه الخلية تحتاج إلى عملية تحسين للحل.

ولاختبار الخلية التي تليها أو الاختبار الرابع:

من / إلى	حائل	القصيم	أبها	الطاقة
جدة	٢٣	٢٤	١٦	صفر
الدمام	١٦	١٣	٩	صفر
الرياض	٢٠	١٥	١٢	صفر
الطلب	صفر	صفر	صفر	٦٥٠

$$\text{الرياض / أبها} = ٩ - ١٣ + ١٥ - ١٢ = ١ +$$

أي أن هذه الخلية لا تحتاج إلى تحسين في الحل.

والآن نقوم بعملية التحسين على الحلقة أو المسار الذي يكون مؤشره سالب، وذلك باختيار أقل الكميات على المحور أو الخلايا السالب، ويتم طرحها من نفسها ومن الكميات التي على المحور أو الخلايا السالب، ويتم إضافة الكمية المطروحة من المحاور السالبة على الكميات ذات المحاور أو الخلايا الموجبة، وباقى الجدول ينزل كما هو وذلك كالآتي:

	من		إلى	
	القصيم	حائل	الدمام	الرياض
$50 = 10 - 60$	60 - 13	- + 16		
$190 = 10 + 180$	180 + 15	10 - 20		

جدول التحسين

الطاقة	أبها		القصيم		حائل		إلى	
220	-	16	-	24	220	23		جدة
240	180	9	50	13	10	16		الدمام
190	-	12	190	15	صفر	20		الرياض
650	180		240		230			الطلب

تكاليف النقل بعد التحسين =

$$(9 \times 180) + (15 \times 190) + (13 \times 50) + (16 \times 10) + (23 \times 220) = 10340$$

■ وللتأكد أننا وصلنا إلى الحل الأمثل، نوجد المؤشرات للجدول الجديد، كالتالي:

$$\text{جدة / القصيم} = 13 - 16 + 23 - 24 = 4$$

$$\text{جدة / أبها} = 9 - 16 + 23 - 16 = \text{صفر}$$

$$\text{الرياض / حائل} = 15 - 13 + 16 - 20 = 2$$

$$\text{الرياض / أبها} = 9 - 13 + 15 - 12 = 1$$

∴ جميع المؤشرات موجبة أو صفر فإن الحل الأمثل هو جدول التحسين السابق وتكلفة النقل = (١٠,٣٤٠ ريال).



هايات ... طبعاً فيه منكم فاكروني، وفيه أول مرة من يشوفني ،،، ما علينا ،، ترى لا تخضك أن الصفحات كثيرة في الحل فقط مسويها لعيونك ،، أقصد للشرح، وممكن تحل المسألة في صفحة أو صفحتين بالكثير.. 😊

الفصل السادس

اتخاذ القرار

يستخدم أسلوب اتخاذ القرار الإداري في المفاضلة بين المشروعات والبدائل المختلفة للمشروع، واختيار البديل المناسب من حيث تحقيق أكبر عائد أو ربح.

مشكلة اتخاذ القرار

- **في حالة عدم التأكد:** يكون متخذ القرار على علم بجميع البدائل ونتائج كل منها وبالتالي فإن تحديد الحل المناسب يعتمد على اختياره للبديل الذي يعطي النتيجة الأفضل التي ترغب الإدارة بالحصول عليها.
- وفي حالة عدم التأكد لا تتوافر لمتخذ القرار المعرفة الخاصة باحتمالات حدوث كل نتيجة لبدائل الحل، لذلك يعتمد على استخدام معايير معينة يحدد منها ظروف القرار ثم يختار تبعاً لذلك البديل المناسب.
- **في ظروف المخاطرة:** يستطيع متخذ القرار أن يقدر نتائج كل بديل لأنه يكون على علم باحتمالات حدوث كل نتيجة ثم يختار البديل الذي يعطي النتيجة المرغوبة من قبل الإدارة.

معايير ظروف القرار

لقد قدم **Duncan** معايير ظروف القرار كما هي موضحة في الجدول التالي:

معايير ظروف القرار حسب Duncan

معقدة	بسيطة	البيئة (ب)
		البيئة (أ)
بيئة مستقرة معقدة (حالة المخاطرة)	بيئة مستقرة بسيطة (حالة التأكد)	مستقرة
بيئة متغيرة معقدة (عدم التأكد)	بيئة متغيرة بسيطة (بين المخاطرة وعدم التأكد)	متغيرة

خصائص حالات اتخاذ القرار

إن الحالات التي أوردتها **Duncan** هي أربع كما هو وارد أعلاه ولكلٍ منها خصائصها المميزة، وفيما يلي توضيح تلك الخصائص:

- **حالة التأكد:** بيئة القرار (الظروف) مستقرة وبسيطة حيث تحتوي على عدد قليل من العوامل المؤثرات المتشابهة والتي تبقى نفسها خلال فترة اتخاذ القرار وخلال تنفيذه وذلك كما في القرارات الروتينية.
- **حالة المخاطرة:** بيئة القرار مستقرة ومعقدة وتحتوي على عدد كبير من العوامل والمؤثرات التي تؤثر على عملية اتخاذ القرار، وهذه العوامل تكون مختلفة ولكنها تبقى ثابتة خلال عملية اتخاذ القرار وأثناء تنفيذ القرار كما في القرارات التشغيلية.
- **حالة المخاطرة وعدم التأكد (المتغيرة):** بيئة القرار متغيرة وبسيطة وتحتوي على عدد قليل من العوامل والمؤثرات والتي تتشابه فيما بينهما إلى حد كبير لكنها تتغير بصورة مستمرة مثل القرارات الإدارية.
- **حالة عدم التأكد:** بيئة القرار متغيرة ومعقدة وتحتوي على عدد كبير من العوامل والمتغيرات التي لا تتشابه مع بعضها والتي تتغير بصورة مستمرة مثل القرارات الإستراتيجية.

أولاً: اتخاذ القرار في حالة التأكد

عند اتخاذ القرار في حالة التأكد نقوم باختيار البديل الذي يحقق أكبر عائد في جدول العوائد.

جدول العوائد

مثال رقم (١ - ٦)

القرار المناسب	حالة الطبيعة			البديل
	سريع جداً	سريع	بطيء	
	١٢٠	٥٠	٣٠ -	فتح محل جوالات
	٩٠	١٠٠	٦٠	فتح مكتبة
١٤٠	٥٠	١٤٠	٣٠	فتح مطعم فخم

ثانياً: اتخاذ القرار في حالة عدم التأكد

تعرف حالة عدم التأكد بأنها تلك الحالة التي توجد فيها أكثر من حالة من الحالات الطبيعية، ولكن يكون من الصعب على متخذ القرار أن يقدر احتمال حدوث كل منها، وتتميز هذه الحالة بما يلي:

- عدم وجود احتمالات معروفة حول حدوث حالات الطبيعة.
- لا يوجد معيار محدد للمفاضلة بين البدائل المتاحة.
- القرارات المتخذة تكون على الغالب شخصية لاعتمادها على متخذ القرار نفسه، لهذا فان القرارات المتخذة تختلف نظراً لاختلاف الشخصيات ومدى خبراتها في مجال صنع القرار وعملية اتخاذه.

ونتيجة هذه الخصائص التي تتميز فيها حالة اتخاذ القرار هذه فإنه يمكن القول بأنه لا يوجد نموذج محدد لاتخاذ القرارات في حالة عدم التأكد بل هناك العديد من النماذج وهي التالية:

١- نموذج العائد الوسطي (قاعدة لابلاس Laplace)

يعرف هذا النموذج أيضاً بالاحتمالات المتساوية، ويفترض في هذا النموذج تساوي حدوث حالات الطبيعة وذلك بسبب عدم توافر معلومات عن تلك الحالات لدى متخذ القرار.

خطوات اتخاذ القرار وفق طريقة لابلاس:

١- حساب الوسط الحسابي لنتائج كل بديل تحت حالات الطبيعة المختلفة.

٢- اختيار أكبر عائد من بين نواتج الوسط الحسابي.

مثال رقم (٢ - ٦)

القرار المناسب وفق طريقة لابلاس	حالة الطبيعة			البديل
	سريع جداً	سريع	بطيء	
$٢٥ = ٣ \div (٤٠ + ٢٥ + ١٠)$	٤٠	٢٥	١٠	فتح مطعم فخم
$٢١,٦٧ = ٣ \div (٤٥ + ١٥ + ٥)$	٤٥	١٥	٥	فتح مكتبة
$١٨,٣٣ = ٣ \div (٣٥ + ٣٠ + ١٠)$	٣٥	٣٠	١٠-	فتح محل جوالاات

القرار المناسب وفق طريقة لابلاس هو اختيار البديل الأول "فتح مطعم فخم" لأنه صاحب أكبر عائد.

٢- طريقة أقصى الأقصى أو النموذج المتفائل "المدير متفائل"

وفق هذا النموذج فإن متخذ القرار يفترض أن الظروف المحيطة باتخاذ القرار تكون مواتية، بل تمثل أفضل الحالات Criterion of Optimism ولهذا يتوقع متخذ القرار الحصول على أفضل النتائج.

خطوات اتخاذ القرار وفق طريقة أقصى الأقصى:

١- نقوم بإنشاء عمود نسميه الأقصى ونضع فيه أكبر العوائد.

٢- نختار أكبر العوائد من العمود الجديد.

مثال رقم (٣ - ٦)

"الأقصى"	حالة الطبيعة			البديل
	سريع جداً	سريع	بطيء	
٤٠	٤٠	٢٥	١٠	فتح مطعم فخم
٤٥	٤٥	١٥	٥	فتح مكتبة
٣٥	٣٥	٣٠	١٠-	فتح محل جوالا

القرار المناسب وفق طريقة أقصى الأقصى هو "فتح مكتبة".

٣- طريقة أقصى الأدنى أو النموذج المتشائم "مدير متشائم أو متحفظ"

يعرف هذا النموذج بقاعدة (Wald) ويقوم على افتراض أن الظروف المحيطة بعملية اتخاذ القرار غير مواتية ولهذا يقوم متخذ القرار بتوقع أسوأ النتائج لتجنب خسارة غير مرغوب فيها ويعمل على اختيار البديل الذي يحقق أفضل أسوأ النتائج في كل حالات الطبيعة.

خطوات اتخاذ القرار وفق طريقة أقصى الأدنى:

١- نقوم بإنشاء عمود ونسميه الأدنى ونضع فيه أقل العوائد.

٢- نختار من العمود الجديد "الأدنى" أكبر العوائد.

مثال رقم (٤ - ٦)

"الأدنى"	حالة الطبيعة			البديل
	سريع جداً	سريع	بطيء	
١٠	٤٠	٢٥	١٠	فتح مطعم فخم
٥	٤٥	١٥	٥	فتح مكتبة
١٠ -	٣٥	٣٠	١٠ -	فتح محل جوالات

القرار المناسب وفق طريقة أقصى الأدنى هو "فتح مطعم فخم"

٤- طريقة أدنى أقصى الأسف أو معيار سافاج "المدير كثير الندم"

وتسمى بقاعدة الأسف أو معيار سافاج **Savage Model**، ويعرف سافاج الندم بأنه أحسن عائد يمكن أن ينتج عن أي بديل في أي ظروف من حالات الطبيعة مطروحاً منه العوائد الأخرى لحالة الطبيعة نفسها، ولهذا يعرف النموذج بالحد الأدنى لكلفة الفرصة البديلة والتي تمثل المقدار المادي الذي تتم خسارته عند اختيار بديل لا يمثل البديل الأفضل.

خطوات اتخاذ القرار وفق طريقة أدنى أقصى الأسف:

- ١- نحدد أكبر قيمة في كل عمود ثم نطرح من تلك القيمة كل قيم العمود ونضعها في قوائم جديدة - ثم نهمل القيم القديمة ونتعامل مع القيم الجديدة -.
- ٢- نختار أقل قيمة من الأعمدة الجديدة.

مثال رقم (٥ - ٦)

أقصى	حالة الطبيعة			سريع جداً	سريع	بطيء	البديل
	سريع جداً	سريع	بطيء				
٥	٥=٤٠-٤٥	٥=٢٥-٣٠	٠=١٠-١٠	٤٠	٢٥	١٠	مطعم فخم
١٥	٠=٤٥-٤٥	١٥=١٥-٣٠	٥=٥-١٠	٤٥	١٥	٥	فتح مكتبة
٢٠	١٠=٣٥-٤٥	٠=٣٠-٣٠	٢٠=(١٠-)-١٠	٣٥	٣٠	١٠ -	محل جوالات

القرار المناسب وفق طريقة أدنى أقصى الأسف هو "فتح مطعم فخم"

٥- طريقة هوروتس

تستخدم هذه الطريقة في حالة وجود نسبة تفاؤل أو نسبة تشاؤم أو كلاهما معاً. ولا بد أن يكون مجموعهما أي مجموع نسبة التفاؤل والتشاؤم تساوي واحد صحيح.

خطوات اتخاذ القرار وفق طريقة هوروتس:

١- نضيف ثلاثة أعمدة، ويكون العمود الأول هو لأقصى العائد، والعمود الثاني لأقل عائد.

٢- نقوم بضرب القيم في عمود أقصى العوائد باحتمال التفاؤل، ونقوم بضرب القيم في عمود أدنى العوائد في احتمال التشاؤم، ونجمع هذه القيم، ونضعها في العمود الثالث.

٣- نختار أكبر عائد من العمود الثالث.

مثال رقم (٦ - ٦)

علماً بأن احتمال التفاؤل = ٠,٤٠

قاعدة هوروتس الأقصى × التفاؤل + الأدنى × التشاؤم	الأقصى	الأدنى	الربح ١	الربح ٢	الخسارة ٣	الطبيعة البديل
$٢٢ = ٠,٦ \times ١٠ + ٠,٤ \times ٤٠$	٤٠	١٠	٤٠	٢٥	١٠	مطعم فخم
$٢١ = ٠,٦ \times ٥ + ٠,٤ \times ٤٥$	٤٥	٥	٤٥	١٥	٥	فتح مكتبة
$٨ = ٠,٦ \times (١٠-) + ٠,٤ \times ٣٥$	٣٥	١٠-	٣٥	٣٠	١٠-	محل جوات

القرار المناسب وفق طريقة هوروتس هو "فتح مطعم فخم"

٦- طريقة القيمة المتوقعة

وتستخدم هذه الطريقة في حالات وجود احتمالات لكل حالة من حالات الطبيعة ويجب أن يكون مجموع الاحتمالات واحد صحيح.

خطوات اتخاذ القرار وفق طريقة القيمة المتوقعة:

١- نقوم بضرب احتمال كل حالة في العائد المتوقع ثم نجمع جميع القيم ونضعها في عمود نسميه عمود القيمة المتوقعة.

٢- نختار أكبر عائد من النتائج في عمود القيمة المتوقعة.

مثال رقم (٧ - ٦)

علماً بأن احتمال الحالات كالتالي: (٠,٣ للبطيء) ، (٠,٣ للسريع)

القيمة المتوقعة الاحتمال × العائد	سريع جداً ٠,٤	سريع ٠,٣	بطيء ٠,٣	الطبيعة البديل
$26,5 = (40 \times 0,4) + (25 \times 0,3) + (10 \times 0,3)$	٤٠	٢٥	١٠	مطعم فخم
$24 = (45 \times 0,4) + (15 \times 0,3) + (5 \times 0,3)$	٤٥	١٥	٥	مكتبة
$20 = (35 \times 0,4) + (30 \times 0,3) + (10 \times 0,3)$	٣٥	٣٠	١٠-	جوات

القرار المناسب وفق طريقة القيمة المتوقعة هو "فتح مطعم فخم"

٧- طريقة الأكثر احتمالاً

وتستخدم هذه الطريقة في حالات وجود احتمالات لكل حالة من حالات الطبيعة ويجب أن يكون مجموع الاحتمالات واحد صحيح.

خطوات اتخاذ القرار وفق طريقة الأكثر احتمالاً:

١- نحد العمود الذي به أكبر الاحتمالات ونهمل تماماً باقي الأعمدة الأخرى.

٢- نختار من العمود صاحب الأكبر احتمال أكبر عائد من العوائد.

مثال رقم (٨ - ٦)

القرار المناسب	سريع جداً ٠,٤	سريع ٠,٣	بطيء ٠,٣	حالة الطبيعة البديل
	٤٠	٢٥	١٠	فتح مطعم فخم
٤٥	٤٥	١٥	٥	فتح مكتبة
	٣٥	٣٠	١٠-	فتح محل جوات

القرار المناسب وفق طريقة الأكثر احتمالاً هو "فتح مكتبة"

الفصل السابع

شبكات الأعمال

شبكات الأعمال هي أحد الأساليب التي تستخدم في إدارة المشاريع وذلك عن طريق تحديد وقت تنفيذ المشروع وكذلك التكاليف اللازمة لتنفيذ المشروع.

إدارة المشاريع

المشروع هو مجموعة من الأنشطة المتداخلة والتي يجب تنفيذها في تتابع محدد، وبهدف أن يتم إنجاز المشروع كاملاً. ويكون تداخل الأنشطة منطقياً، بمعنى أن بعض الأنشطة لا يمكن البدء فيها قبل أن يتم الانتهاء من أنشطة أخرى. وتعني كلمة **نشاط**: مهمة أو مرحلة في مشروع تتطلب وقتاً وموارد لكي يتم إنجازها. وبصفة عامة يكون المشروع مجهوداً لمرة واحدة بحيث أن نفس التتابع للأنشطة قد لا يتكرر في المستقبل، مثل مشروع توسعة الحرم المكي... الخ.

وكثيراً ما يحتاج المديرون إلى القيام بالتخطيط وجدولة ومتابعة مشاريع كبيرة تتكون من عدد كبير من الأنشطة المتداخلة، والتي تقوم بها عدة أقسام مستقلة عن بعضها البعض مما يتطلب من المدير جهداً كبيراً في تخطيطها وجدولتها ومتابعتها ليضمن إنجاز المشروع في وقته المحدد، وفي حدود التكاليف المقررة له. فتركيز الإدارة هنا "في إدارة المشاريع" هو أن يتم المشروع في الوقت المحدد له، فكثيراً ما يكون إنهاء المشروع في وقته المحدد مرتبطاً بمكافأة مالية أو أن تأخيرته مرتبط بغمات مالية قد تبطل معظم العائد منه.

ونظراً لزيادة تعقيد المشاريع وتعدد أنشطتها أصبح الأمر يتطلب وجود أساليب علمية لإنجاز المشروع بأعلى مستوى من الكفاية. ونعني بذلك إنجاز المشروع في الوقت المحدد له وإذا لزم الأمر تخفيض المدة المطلوبة لإنجاز المشروع مع مراعاة الإمكانية الاقتصادية في استخدام الموارد المتوفرة.

أساليب شبكات الأعمال

نتيجة للحاجة الماسة لوجود أساليب علمية تساعد المديرين على جدولة ومتابعة المشاريع، ظهرت عدة أساليب لتحقيق هذا الهدف ولعل أهمها:

١- أسلوب المسار الحرج (Critical Path Method (CPM)

ظهر هذا الأسلوب في نهاية الخمسينات من القرن الماضي لجدولة ومتابعة مشاريع صناعية، حيث يكون الوقت اللازم لكل نشاط محدد مسبقاً، ومن ثم يركز على إمكانية تخفيض مدة النشاط مقابل أقل تكلفة ممكنة (عن طريق إضافة عمال أو آلات حديثة... الخ).

٢- أسلوب تقييم ومراجعة المشروع

Program Evaluation and Review Technique (PERT)

ظهر هذا الأسلوب عام ١٩٥٨ لتخطيط وجدولة ومتابعة مشروع إنتاج صواريخ بولاريس Polaris Missile Project، وحيث إنه المشروع الأول من نوعه كان من الصعب تحديد الوقت اللازم لإنجاز أنشطة المشروع المختلفة، ومن ثم ظهر PERT بهدف معالجة عدم التأكد من موعد إنهاء كل نشاط. كما أنه يعمل على تحديد الأنشطة التي تشكل عنق الزجاجة مما يساعد الإدارة على تركيز جهودها على مثل هذا النشاط لضمان إنجاز المشروع في الوقت المحدد. كما يهدف إلى تقييم تأثير إجراء تعديلات على المشروع مثل دراسة تأثير نقل بعض الموارد من الأنشطة غير الحرجة إلى الأنشطة الحرجة أو تلك التي تشكل عنق الزجاجة.

يعتمد كل من هذين الأسلوبين على وضع جدول زمني للمشروع. ويكاد أن يكونا متماثلين ماعدا أن تقدير الوقت اللازم لإنجاز أنشطة المشروع تكون محددة وثابتة في الأول. بينما تكون احتمالية وتقديرية في الثاني. كما أن الأول يعني بدراسة العلاقة بين الوقت والتكاليف، بينما يؤكد الثاني على معرفة احتمال انتهاء المشروع في الوقت المحدد له دون تأخير. ورغم هذه الفوارق نجد أن الاتجاه الحديث والعملية في تطبيقهما هو الجمع بين خصائص الأسلوبين في أسلوب واحد.

مجالات استخدام أساليب شبكات الأعمال

- ١- أبحاث وتطوير منتجات جديدة.
- ٢- بناء المصانع والعمائر وشبكات الطرق.
- ٣- صيانة المعدات الكبيرة والمعقدة.
- ٤- إدارة المشاريع الكبيرة والوحيدة من نوعها.

الهدف من استخدام أساليب شبكات الأعمال

يهدف مديرو المشاريع من استخدام هذه الأساليب إلى معرفة:

- ١- ما هو الوقت اللازم لإنجاز المشروع بأكمله؟
- ٢- ما هي مواعيد بداية ونهاية كل نشاط حسب الجدول؟
- ٣- أي الأنشطة "حرجة" ويجب إتمامها في الوقت المحدد "بالضبط" كما هو مجدول لها إذا أردنا إنجاز المشروع في الوقت المخطط له؟
- ٤- ما هو الحد الأقصى الذي يمكننا تأخير بعض الأنشطة غير الحرجة بدون أن ينتج عن هذا التأخير تعطيلاً للمشروع كله؟
- ٥- أي الأنشطة الحرجة يمكن ضغطها بأقل تكلفة ممكنة في حالة الرغبة في الإسراع أو حدوث تأخر غير متوقع في الإنجاز؟

مراحل إدارة المشروع

تتضمن إدارة المشروع ثلاث مراحل أساسية هي:

١- مرحلة التخطيط

- ١- وتتضمن تقسيم المشروع إلى عدد من الأنشطة المنفصلة عن بعضها البعض تماماً.
- ٢- تقدير الوقت اللازم لإنجاز كل نشاط على حدة.
- ٣- تمثل الأنشطة برسم شبكة أعمال حيث يمثل كل نشاط بسهم وكل نقطة ابتداء نشاط أو نهايته بدائرة صغيرة. ويساعد الرسم على دراسة كل نشاط بالتفصيل ومعرفة التحسينات التي يمكن إدخالها، ولوضع جدول لتنفيذ المشروع.

٢- مرحلة الجدولة

والهدف منها عمل جدول زمني يوضح وقت ابتداء وانتهاء كل نشاط والعلاقة بين هذا النشاط والأنشطة الأخرى. كما أن الجدول يجب أن يوضح الأنشطة الحرجة (بالنسبة للزمن)، والتي تحتاج إلى عناية خاصة لضمان إنهاء المشروع في الوقت المحدد.

وبالنسبة للأنشطة غير الحرجة يجب أن يوضح الجدول كمية الوقت الفائض والذي يمكن استغلاله عند تأخر هذه الأنشطة أو عندما تكون الموارد نادرة، وتصبح الحاجة لاستخدامها بكفاية ماسة.

٣- مرحلة المراقبة

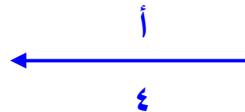
وتتضمن استخدام شبكة الأعمال والجدول الزمني لعمل تقارير عن تقدم المشروع على فترات متساوية لعمل ما يلزم من تعديلات.

الخطوات اللازمة لتمثيل مشروع بشبكة الأعمال

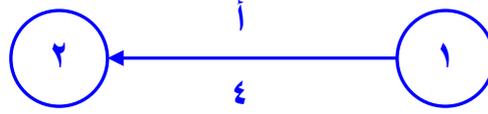
- ١- إعداد قائمة بالأنشطة الداخلة في المشروع.
- ٢- إعداد قائمة بالأنشطة السابقة لكل من الأنشطة الداخلة في المشروع مباشرة.
- ٣- حساب الوقت اللازم لكل نشاط، وإذا كان احتمالياً فإننا نحسب الوقت المتوقع بموجب المعادلة الآتية:

$$\frac{(\text{الوقت المتفائل} + 4 \times \text{الوقت الأكثر احتمالاً} + \text{الوقت المتشائم})}{6} = \text{الوقت المتوقع}$$

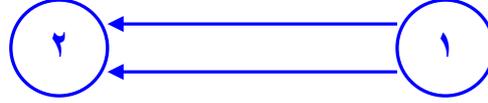
- ٤- رسم شبكة عمل تمثل هذه الأنشطة وأوقاتها على النحو التالي:
- أ- تمثيل كل نشاط بسهم ويكتب الاسم فوق السهم ومدة النشاط تحته، فالنشاط (أ) الذي مدته أربع أيام يمكن تمثيله بالسهم التالي:



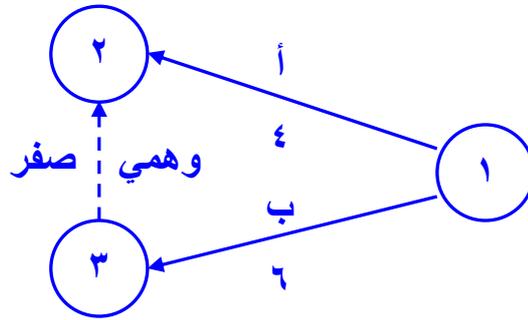
- ب- نطلق على بداية أو نهاية النشاط كلمة حدث Event، ونمثلها بدائرة صغيرة نعطيهما أرقاماً متتالية. فالحدث رقم (١) يعني بداية النشاط (أ) والحدث رقم (٢) يعني نهاية النشاط (أ).



ج- يجب مراعاة ألا يخرج سهمان من دائرة واحدة ويدخلان معاً في دائرة أخرى.



ولتفادي ذلك نرسم سهماً وهمياً Dummy يمثل نشاطاً وهمياً مدته صفر ونضيف دائرة ثالثة على النحو التالي:



ونستخدم الأنشطة الوهمية لتحديد الأنشطة السابقة لكل نشاط بدقة، كما نستخدمها للقضاء على الغموض الحاصل من بدء أو انتهاء نشاطين أو أكثر عند نفس النقطة. كذلك يجب ملاحظة أن طول السهم وشكله ليس له أي أهمية بالنسبة لتحليل شبكة الأعمال.

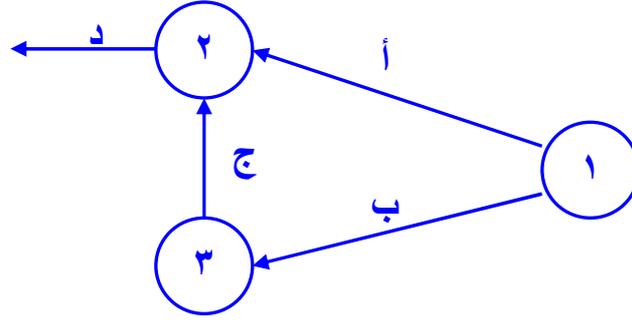
د- وللتأكد من صحة رسم الأنشطة نجيب على ما يلي:

- ما هي الأنشطة التي يجب أن تنتهي مباشرة قبل أن يبدأ هذا النشاط؟
- ما هي الأنشطة التي يجب أن تلي هذا النشاط؟
- ما هي الأنشطة التي يجب إنجازها مع هذا النشاط في نفس الوقت؟

مثال: لتوضيح كيفية رسم شبكة الأعمال لمشروع ما نعطي مثلاً لمشروع تجاري يتكون من الأنشطة التالية:

النشاط	أ	ب	ج	د	هـ	و	ز
النشاط السابق	-	-	ب	أ، ج	ج	ج	د، هـ، و

نبدأ برسم الأنشطة الأربعة الأولى كالتالي:



حساب المسار الحرج

المسار الحرج هو أطول مسار يربط بين بداية ونهاية المشروع ومدته تساوي المدة اللازمة لإنجاز المشروع. ويمثل المسار الحرج مجموعة من الأنشطة المتتالية تعرف بالأنشطة الحرجة والتي يحدث عن تأخيرها أي منها تأخير موعد انتهاء المشروع ككل. وسوف نوضح كيفية حسابه بالتفصيل لاحقاً.

الإسراع في تنفيذ المشروع

من الأهداف التي وضعها مصممو المسار الحرج هو تمكين إدارة المشروع من النظر في إمكانية تخفيض المدة اللازمة للمشروع مقابل أقل تكلفة ممكنة. وعادة يكون تخفيض المدة عن طرق زيادة العمالة، أو السرعة في وصول المواد الخام أو شراء معدات جديدة غالباً ما تكون أغلا ثمناً، وعلى المدير أن يوازن بين السرعة في الإنجاز والزيادة في التكاليف الناتجة عن ذلك. ومن ثم نجد أن أسلوب المسار الحرج يحدد الأنشطة الحرجة وبحساب تكلفة الإسراع لكل منها نستطيع اختيار أقلها تكلفة لتخفيض مدتها.

ولتحديد أي الأنشطة تكلفتها أقل وبالتالي بإمكاننا تخفيض وقتها، يلزمنا تحديد البيانات التالية عن كل نشاط:

١- تقدير تكاليف إنجاز النشاط في الوقت الاعتيادي.

٢- أقصر مدة ممكنة لإنجاز النشاط.

٣- تقدير تكاليف النشاط في حالة تقصير المدة.

حساب تكاليف الإسراع في تنفيذ المشروع

١- نحدد الأنشطة الحرجة.

٢- نحسب انحدار التكلفة لكل نشاط حرج وفق القاعدة التالية:

$$\text{تكلفة الانحدار} = \frac{(\text{تكلفة الإسراع} - \text{التكلفة العادية})}{(\text{المدة العادية} - \text{وقت الإسراع})}$$

▪ **وقت التخفيض = المدة العادية - وقت الإسراع**

٣- نحسب تكلفة المشروع بعد تخفيض مدته أو الإسراع في التنفيذ

التكاليف الإضافية = مج (تكلفة الانحدار × وقت التخفيض)

تكاليف الإسراع = مجموع تكاليف الإسراع + التكلفة الحالية

ملحوظة:

إذا طلب تخفيض المشروع إلى أدنى حد ممكن نستخدم جميع أوقات التخفيض التي حصلنا عليها من أنشطة المسار الحرج.

الوقت المبكر للنشاط = وقت الحدث السابق + وقت النشاط السابق

أي مجموع أوقات الأنشطة السابقة والمتجهة بداية هذا النشاط ونختار أكبر ناتج من هذه الأوقات

الوقت المتأخر للنشاط = وقت الحدث اللاحق - وقت النشاط اللاحق

أي أن الوقت المتأخر للنشاط = وقت المسار الحرج مطروح منه (جميع أوقات الأنشطة المتجهة للنشاط من نهاية الشبكة + وقت النشاط المطلوب)

ونختار أقل وقت من هذه الأوقات.

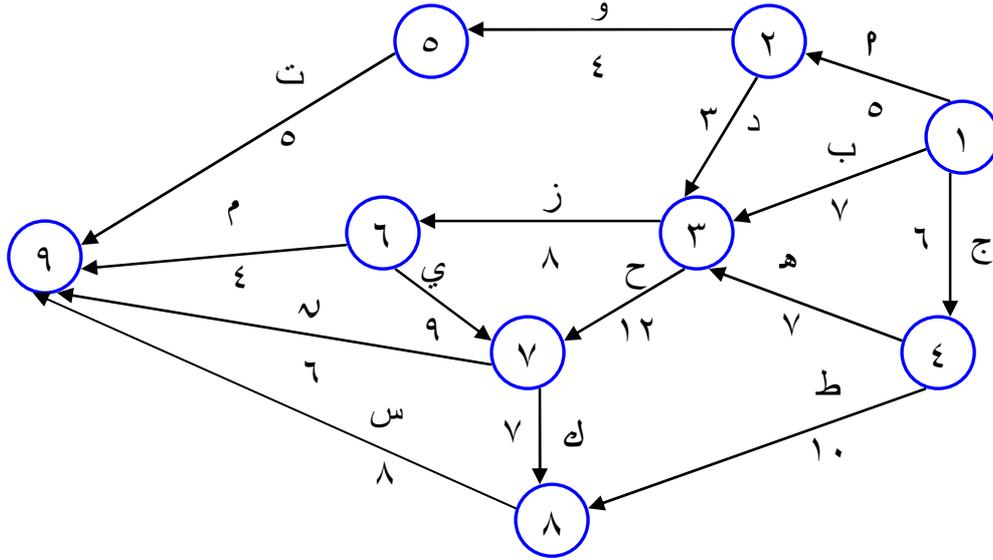
مثال رقم (١ - ٧)

إذا كانت لديك شبكة الأعمال التالية:

النشاط	اتجاه النشاط	وقت عادي	تكلفة عادية	وقت التسارع	تكلفة التسارع
أ	١ - ٢	٥	٢٠	٣	٣٠
ب	١ - ٣	٧	٢٨	٥	٥٤
ج	١ - ٤	٦	١٨	٤	٣٦
د	٢ - ٣	٣	٩	٣	٩
هـ	٣ - ٤	٧	٢١	٦	٣٥
و	٢ - ٥	٤	١٦	٤	١٦
ز	٣ - ٦	٨	٣٢	٧	٤٤
ح	٣ - ٧	١٢	٤٨	٩	١٠٦
ط	٤ - ٨	١٠	٢٠	٨	٤٨
ي	٦ - ٧	٩	٢٧	٨	٣٤
ك	٧ - ٨	٧	١٤	٦	٢٤
ت	٥ - ٩	٥	١٠	٤	١٦
م	٦ - ٩	٤	٨	٤	٨
ن	٧ - ٩	٦	١٨	٥	٣٧
س	٨ - ٩	٨	٢٤	٧	٣٩

والمطلوب:

رسم الشبكة، وتحديد المسار الحرج، ووقت تنفيذ المشروع، وتكلفة المشروع، والتكلفة الإضافية إذا خفض وقت المشروع (٤) وحدات، والوقت المبكر والوقت المتأخر للنشاط ط ح.



٢) وتحديد المسارات الممكنة لهذه الشبكة:

$$\begin{aligned}
 14 &= 5 + 4 + 5 = [9 \leftarrow 5 \leftarrow 2 \leftarrow 1] \text{ پ ← و ← ت} \\
 20 &= 4 + 8 + 3 + 5 = [9 \leftarrow 6 \leftarrow 3 \leftarrow 2 \leftarrow 1] \text{ پ ← د ← ز ← م} \\
 26 &= 6 + 12 + 3 + 5 = [9 \leftarrow 7 \leftarrow 3 \leftarrow 2 \leftarrow 1] \text{ پ ← د ← ح ← ن} \\
 35 &= 8 + 7 + 12 + 3 + 5 = [9 \leftarrow 8 \leftarrow 7 \leftarrow 3 \leftarrow 2 \leftarrow 1] \text{ پ ← د ← ح ← ك ← س} \\
 40 &= 8 + 7 + 9 + 8 + 3 + 5 = [9 \leftarrow 8 \leftarrow 7 \leftarrow 6 \leftarrow 3 \leftarrow 2 \leftarrow 1] \text{ پ ← د ← ز ← ي ← ك ← س} \\
 31 &= 6 + 9 + 8 + 3 + 5 = [9 \leftarrow 7 \leftarrow 6 \leftarrow 3 \leftarrow 2 \leftarrow 1] \text{ پ ← د ← ز ← ي ← ن} \\
 19 &= 4 + 8 + 7 = [9 \leftarrow 6 \leftarrow 3 \leftarrow 1] \text{ ب ← ز ← م} \\
 30 &= 6 + 9 + 8 + 7 = [9 \leftarrow 7 \leftarrow 6 \leftarrow 3 \leftarrow 1] \text{ ب ← ز ← ي ← ن} \\
 39 &= 8 + 7 + 9 + 8 + 7 = [9 \leftarrow 8 \leftarrow 7 \leftarrow 6 \leftarrow 3 \leftarrow 1] \text{ ب ← ز ← ي ← ك ← س} \\
 25 &= 6 + 12 + 7 = [9 \leftarrow 7 \leftarrow 3 \leftarrow 1] \text{ ب ← ح ← ن} \\
 34 &= 8 + 7 + 12 + 7 = [9 \leftarrow 8 \leftarrow 7 \leftarrow 3 \leftarrow 1] \text{ ب ← ح ← ك ← س} \\
 25 &= 4 + 8 + 7 + 6 = [9 \leftarrow 6 \leftarrow 3 \leftarrow 4 \leftarrow 1] \text{ ج ← هـ ← ز ← م} \\
 36 &= 6 + 9 + 8 + 7 + 6 \text{ ج ← هـ ← ز ← ي ← ن} \\
 45 &= 8 + 7 + 9 + 8 + 7 + 6 = \text{ج ← هـ ← ز ← ي ← ك ← س} \\
 31 &= 6 + 12 + 7 + 6 = \text{ج ← هـ ← ح ← ن} \\
 40 &= 8 + 7 + 12 + 7 + 6 = \text{ج ← هـ ← ح ← ك ← س} \\
 24 &= 8 + 10 + 6 = \text{ج ← ط ← س}
 \end{aligned}$$

③ أطول مسار في المسارات هو ٤٥

④ المسار الحرج هو:

$$٤٥ = ٨ + ٧ + ٩ + ٨ + ٧ + ٦ = \text{س} \leftarrow \text{ك} \leftarrow \text{ي} \leftarrow \text{ز} \leftarrow \text{هـ} \leftarrow \text{ج}$$

⑤ وقع تنفيذ المشروع = وقت المسار الحرج = ٤٥

$$\begin{aligned} \text{⑥ تكلفة تنفيذ المشروع} &= \text{مجموع التكاليف العادية للمشروع} \\ &= [٢٠ + ٢٨ + ١٨ + ١٩ + ٢١ + ١٦ + ٣٢ + ٤٨ + ٢٠ + ٢٧ + ١٤] \\ &= ٣١٣ = [٢٤ + ١٨ + ٨ + ١٠] \end{aligned}$$

⑦ لإيجاد التكلفة الإضافية عند تخفيض زمن المشروع (٤ وحدات) أي من ٤٥

$$\text{إلى وقت متسارع} = [٤ - ٤٥] = ٤١$$

نوجد تكلفة الانحدار لأنشطة المسار الحرج فقط باستخدام القانون التالي:

$$\text{تكلفة الانحدار} = \frac{\text{تكلفة الإسراع} - \text{التكلفة العادية}}{\text{المدة العادية} - \text{وقت الإسراع}}$$

النشاط

! تذكر هذا القانون
زمن التخفيض =
المدة العادية - وقت الإسراع

$$٩ = \frac{١٨}{٢} = \frac{١٨-٣٦}{٤-٦} = \text{ج}$$

$$١٤ = \frac{١٤}{١} = \frac{٢١-٣٥}{٦-٧} = \text{هـ}$$

$$١٢ = \frac{١٢}{١} = \frac{٣٢-٤٤}{٧-٨} = \text{ز}$$

$$٧ = \frac{٧}{١} = \frac{٢٧-٣٤}{٨-٩} = \text{ي}$$

$$١٠ = \frac{١٠}{١} = \frac{١٤-٢٤}{٦-٧} = \text{ك}$$

$$١٥ = \frac{١٥}{١} = \frac{٢٤-٣٩}{٧-٨} = \text{س}$$

ثم نرتب الأنشطة حسب أقل تكلفة انحدار تصاعدياً

النشاط	ي	ج	ك	ز	هـ	س
تكلفة الانحدار	٧	٩	١٠	١٢	١٤	١٥
زمن التخفيض	١	٢	١	١	١	١

والآن نريد أن نخفض (٤ وحدات) نقوم بالبدا من أصغر تكلفة لنخفض من كل تكلفة إلى أن يصل مجموع تخفيض الوحدات إلى أربعة حسب المطلوب في المسألة.

في هذا التمرين سوف نخفض وحدة من النشاط (ي) و وحدتين من النشاط (ج) و وحدة واحدة من النشاط (ك) على التوالي.

التكاليف الإضافية = مجموع تكلفة الانحدار × زمن التخفيض

$$٣٥ = (١ \times ١٠) + (٢ \times ٩) + (١ \times ٧)$$

∴ التكاليف الإضافية = ٣٥

إجمالي التكاليف بعد التخفيض (أي تكلفة الإسراع)

= التكاليف العادية + التكاليف الإضافية

$$٣٤٨ = ٣٥ + ٣١٣$$

Ⓐ الوقت المبكر للنشاط (ح) ← ٣

الوقت المبكر للنشاط = وقت الحدث السابق + وقت النشاط السابق

النشاط (ح) ← ٣ ← ٧

من ١ ← ٣ = ٧ + صفر = ٧

من ١ ← ٢ ← ٣ = ٧ + ٥ = ٨

من ١ ← ٤ ← ٣ = ٧ + ٦ = ١٣

∴ الوقت المبكر للنشاط (ح) ← ٣ ← ٧ هو ١٣ (أكبر قيمة).

ولحساب الوقت المتأخر للنشاط (ح)

الوقت المتأخر للنشاط = وقت الحدث اللاحق - وقت النشاط اللاحق

$$٢٠ = [١٢ + ٩ + ٤] - ٤٥$$

$$٢٧ = [١٢ + ٦] - ٤٥$$

$$١٨ = [١٢ + ٧ + ٨] - ٤٥$$

∴ الوقت المتأخر للنشاط (ح) هو ١٨ (أقل قيمة).

جدول المشاريع حينما تكون أوقات النشاط غير مؤكدة

كثيراً ما تجد الإدارة نفسها أمام مشروع يتكون من أنشطة معظمها لم يسبق وأن مرت بها، ومن ثم يتعذر على المدير تحديد هذه الأنشطة بدقة وخاصة فيما يتعلق بالوقت اللازم لإنجازها. ومن ثم نلجأ إلى الاحتمالات وتحديد الوقت بعدة قيم محتملة بدلاً من تحديد قيمة واحدة كما فعلنا سابقاً. فنعطي لكل نشاط ثلاث قيم مختلفة كالتالي:

▪ **٢: الوقت المتفائل:** وقت النشاط بافتراض أن كل شيء يسير على ما يرام وبدون مشاكل.

▪ **٣: الوقت الأكثر احتمالاً:** وقت النشاط الأكثر احتمالاً تحت الظروف العادية.

▪ **ب: الوقت المتشائم:** وقت النشاط بافتراض أن هناك تعطيل مستمر لأنشطة المشروع.

ويكون بذلك الوقت المتوقع للنشاط كالتالي:

$$\text{الوقت المتوقع} = \frac{(\text{الوقت المتفائل} + ٤ \times \text{الوقت الأكثر احتمالاً} + \text{الوقت المتشائم})}{٦}$$

$$= \frac{(٢ + ٤م + ب)}{٦}$$

ولقياس مقدار الانحراف للوقت المتوقع فإننا نحسب التباين لوقت النشاط وفق المعادلة الآتية:

$$\sigma^2 = \left(\frac{p - b}{6} \right)^2$$

وقد تم استنتاج المعادلتين السابقتين بناءً على افتراض أن حالة عدم التأكد في أوقات الأنشطة تأخذ (توزيع احتمال بيتا)، وأخيراً بافتراض أن وقت إنهاء المشروع يأخذ التوزيع الطبيعي، يمكننا الاستفادة من حساب الاحتمالات لمعرفة مدى إمكانية إنهاء المشروع في وقت محدد. أي ما هو احتمال أن ينجز المشروع خلال فترة زمنية محددة. وذلك عن طريق حساب التباين والانحراف المعياري.

مثال رقم (٢ - ٧)

الجدول التالي يوضح الأنشطة والأنشطة السابقة لها:

النشاط	النشاط السابق	اتجاه النشاط	الوقت المتفائل	الوقت الأكثر احتمالاً	الوقت المتأخر
أ		١ - ٢	٣	٥	٧
ب		١ - ٣	١	١,٥	٥
ج	أ	٢ - ٤	٢	٣	٤
د	أ	٢ - ٥	٣	٤	١١
هـ	أ	٢ - ٣	٣	٤	٥
و	ج	٤ - ٦	٣	٥,٥	١١
ز	د	٥ - ٦	١,٥	٣	٤,٥
ي	ب، هـ	٣ - ٧	٢,٥	٣,٥	٧,٥
ح	ي	٧ - ٦	١,٥	٢	٢,٥
ط	و، ز، ح	٦ - ٨	٢	٣	٤

المطلوب

- ① أحسب الوقت المتوقع لكل نشاط.
- ② ارسم شبكة الأعمال.
- ③ حدد المسار الحرج ووقت تنفيذ المشروع.
- ④ ما احتمال إنجاز المشروع خلال ٢٠ أسبوع.

أولاً: إيجاد الوقت المتوقع لكل نشاط

$$\frac{(ب + ٢٤ + ٢)}{٦} = \text{الوقت المتوقع}$$

$$٥ = \frac{٣٠}{٦} = \frac{٧+(٥ \times ٤)+٣}{٦} = \text{٢}$$

$$٢ = \frac{١٢}{٦} = \frac{٥+(١,٥ \times ٤)+١}{٦} = \text{ب}$$

$$٣ = \frac{١٨}{٦} = \frac{٤+(٤ \times ٣)+٢}{٦} = \text{ج}$$

$$٥ = \frac{٣٠}{٦} = \frac{١١+(٤ \times ٤)+٣}{٦} = \text{د}$$

$$٤ = \frac{٢٤}{٦} = \frac{٥+(٤ \times ٤)+٣}{٦} = \text{هـ}$$

$$٦ = \frac{٣٦}{٦} = \frac{١١+(٥,٥ \times ٤)+٣}{٦} = \text{و}$$

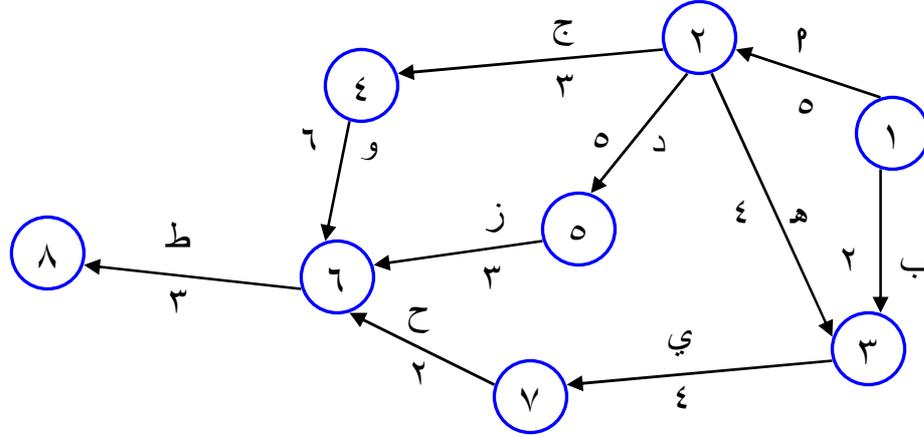
$$٣ = \frac{١٨}{٦} = \frac{٤,٥+(٤ \times ٣)+١,٥}{٦} = \text{ز}$$

$$٤ = \frac{٢٤}{٦} = \frac{٧,٥+(٤ \times ٣,٥)+٢,٥}{٦} = \text{ي}$$

$$٢ = \frac{١٢}{٦} = \frac{٢,٥+(٤ \times ٢)+١,٥}{٦} = \text{ح}$$

$$٣ = \frac{١٨}{٦} = \frac{٤+(٤ \times ٣)+٢}{٦} = \text{ط}$$

ثانياً: رسم شبكة الأعمال باستخدام الوقت المتوقع لكل نشاط



ثالثاً: تحديد وقت تنفيذ المشروع

جميع مسارات الشبكة الممكنة:

$$٢ \leftarrow ج \leftarrow و \leftarrow ط = [٣ + ٦ + ٣ + ٥] \text{ أسبوع } ١٧$$

$$٢ \leftarrow د \leftarrow ز \leftarrow ط = [٣ + ٣ + ٥ + ٥] \text{ أسبوع } ١٦$$

$$٢ \leftarrow هـ \leftarrow ي \leftarrow ح \leftarrow ط = [٣ + ٢ + ٤ + ٤ + ٥] \text{ أسبوع } ١٨$$

$$٢ \leftarrow ب \leftarrow ي \leftarrow ح \leftarrow ط = [٣ + ٢ + ٤ + ٢] \text{ أسبوع } ١١$$

أطول مسار حرج هو:

$$٢ \leftarrow هـ \leftarrow ي \leftarrow ح \leftarrow ط = [٣ + ٢ + ٤ + ٤ + ٥] \text{ أسبوع } ١٨$$

∴ وقت تنفيذ المشروع = وقت المسار الحرج = ١٨

رابعاً: إيجاد احتمال تنفيذ المشروع في ٢٠ أسبوع:

نوجد الانحراف المعياري لأنشطة المسار الحرج فقط، وذلك باستخدام القانون

التالي لكل نشاط:

$$\sigma^2 = \frac{٢ - ٦}{٦} = \text{التباين}$$

$$\text{نباين: } ٠,٤٤٤ = \frac{٣ - ٧}{٦} = \sigma^2$$

$$٠,١١١ = \left(\frac{٣-٥}{٦} \right)^2 = \text{تباين: هـ}$$

$$٠,٦٩٤ = \left(\frac{٢,٥-٧,٥}{٦} \right)^2 = \text{تباين: ي}$$

$$٠,٠٢٧ = \left(\frac{١,٥-٢,٥}{٦} \right)^2 = \text{تباين: ح}$$

$$٠,١١١ = \left(\frac{٢-٤}{٦} \right)^2 = \text{تباين: ط}$$

∴ الانحراف المعياري لأنشطة المسار الحرج

$$\sigma = \sqrt{\text{مجموع تباين أنشطة المسار الحرج}}$$

$$١,١٨ = \sqrt{٠,٤٤٤ + ٠,١١١ + ٠,٦٩٤ + ٠,٠٢٧ + ٠,١١١}$$

$$Z = \frac{\text{الوقت المعين (المطلوب) - وقت المسار الحرج}}{\text{الانحراف المعياري للمسار الحرج}}$$

$$١,٦٩ = \frac{١٨-٢٠}{١,١٨} = \text{ح}$$

∴ احتمال تنفيذ المشروع في خلال ٢٠ أسبوع هو:

$$٠,٥ + \text{كشف في جدول } Z^1 \text{ عن } ١,٦٩ =$$

$$٠,٩٥٤٥ = ٠,٤٥٤٥ + ٠,٥ =$$

¹ ملاحظة: تجد هذه القيمة في الجدول المرفق Z (جدول التوزيع الطبيعي)

الفصل الثامن

تحليل ماركوف

يستخدم تحليل ماركوف في دراسة تحولات السوق من حيث المكسب والخسارة بين عدة ماركات مختلفة. وتتكون عناصر سلاسل ماركوف من نوعين من المصفوفات:

- ١- مصفوفة الحصص أو توزيع العملاء أو النصيب، وهذه تكون في بداية الفترة.
- ٢- مصفوفة التحولات التي توضح المكسب والخسارة.

أولاً: مصفوفة الحصص أو النصيب

ولها أربعة أشكال:

- ١- جاهزة وتكون في شكل عشري ومجموع الاحتمالات يجب أن يساوي واحد صحيح:

$$\text{الماركات} \quad 1 = \begin{bmatrix} \text{ج} & \text{ب} & \text{أ} \\ 0,4 & 0,3 & 0,3 \end{bmatrix}$$

أو:

$$\%100 = \begin{bmatrix} \text{ج} & \text{ب} & \text{أ} \\ \%50 & \%30 & \%20 \end{bmatrix}$$

فنقوم بإعادة صياغتها بالشكل ↓

$$1 = \begin{bmatrix} \text{ج} & \text{ب} & \text{أ} \\ 0,5 & 0,3 & 0,2 \end{bmatrix}$$

٢- أحد النسب مجهولة:

$$1 = \begin{bmatrix} \text{ج} & \text{ب} & \text{أ} \\ ? & 0,3 & 0,3 \end{bmatrix}$$

نستنتج أن (ج) = 0,4

$$1 = \begin{bmatrix} \text{ج} & \text{ب} & \text{أ} \\ 0,4 & 0,3 & 0,3 \end{bmatrix}$$

٣- أو تأتي بدل من النسب عدداً صحيح للعملاء كالتالي:

$$10000 = \begin{bmatrix} 2000 & 3000 & 5000 \\ \text{أ} & \text{ب} & \text{ج} \end{bmatrix}$$

فنقوم بقسمة كل عميل للماركة على إجمالي العملاء لإيجاد الاحتمالات كالتالي:

$$\begin{bmatrix} \frac{2000}{10000} & \frac{3000}{10000} & \frac{5000}{10000} \\ \text{أ} & \text{ب} & \text{ج} \end{bmatrix}$$

يصبح الناتج كالتالي:

$$1 = \begin{bmatrix} 0,2 & 0,3 & 0,5 \\ \text{أ} & \text{ب} & \text{ج} \end{bmatrix}$$

٤- قد لا تأتي مصفوفة النصيب بالمرّة في المسألة، فنقوم بتقسيم واحد على عدد الماركات كالتالي:

$$1 = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,5 \\ \text{أ} & \text{ب} \end{bmatrix}$$

أو في حالة ثلاثة ماركات:

$$1 = \begin{bmatrix} 0,33 & 0,33 & 0,33 \\ \text{أ} & \text{ب} & \text{ج} \end{bmatrix}$$

في حالة أربع ماركات:

$$1 = \begin{bmatrix} 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 \\ \text{أ} & \text{ب} & \text{ج} & \text{د} \end{bmatrix}$$

وهكذا...

ثانياً: مصفوفة التحولات

ولها أربع أشكال أيضاً:

١- جاهزة: وتأتي في شكل عشري، ويجب أن تكون مجموع الاحتمالات لكل ماركة يساوي واحد صحيح.

$$1 = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,2 & 0,3 \\ 0,5 & 0,4 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,8 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{أ} \\ \text{ب} \\ \text{ج} \end{matrix}$$

٢- أحد أو بعض الاحتمالات مجهولة

$$\begin{matrix} 1= \\ 1= \\ 1= \end{matrix} \begin{bmatrix} \text{ج} & \text{ب} & \text{أ} \\ ? & 0,2 & 0,3 \\ 0,5 & 0,4 & ? \\ 0,1 & ? & 0,8 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{أ} \\ \text{ب} \\ \text{ج} \end{matrix}$$

فتكون كالتالي:

$$\begin{matrix} 1= \\ 1= \\ 1= \end{matrix} \begin{bmatrix} \text{ج} & \text{ب} & \text{أ} \\ 0,5 & 0,2 & 0,3 \\ 0,5 & 0,4 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,8 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{أ} \\ \text{ب} \\ \text{ج} \end{matrix}$$

٣- قد تأتي في شكل لفظي، ثم نقوم بملاً المصفوفة حسب المطلوب أو حسب ترجمة الألفاظ أو المعطيات، ومن أجل أن تملأ أو تكمل المصفوفة لابد من معرفة الآتي:

- احتفاظ أو ولاء أي ماركة (تقاطع صف هذه الماركة مع عمودها).
- خسارة ماركة من ماركة أخرى (تقاطع صف الماركة الأولى مع عمود الماركة الثانية).
- مكسب ماركة من أخرى (تقاطع عمود الماركة الأولى مع صف الماركة الثانية).
- يعبر صف المصفوفة عن الخسارة للماركة، ومجموع احتمالاته تساوي واحد.
- يعبر عمود المصفوفة عن مكسب الماركة، ولا نجمع احتمالاته.

مثال رقم (١ - ٨)

- إذا كانت نسبة مكسب الماركة (ب) من الماركة (أ) ضعف نسبة الماركة (ج) من الماركة (أ).
- نسبة احتفاظ الماركة (أ) = ٧٩ %
- نسبة احتفاظ الماركة (ب) = ٧٥ %
- نسبة خسارة الماركة (ب) من الماركة (ج) = ٢٠ %
- نسبة مكسب الماركة (ب) من الماركة (ج) = ٤ %

■ نسبة احتفاظ الماركة (ج) = ٩١ %

المطلوب:

أوجد مصفوفة التحولات للماركات الثلاثة م، ب، ج ؟

حل مثال رقم (١ - ٨)

يتم تعبئة المصفوفة حسب ما تم شرحه من أفاظ سابقة كالتالي:

$$1 = \begin{bmatrix} \text{ج} & \text{ب} & \text{م} \\ ? & ? & ٠,٧٩ \\ ٠,٢٠ & ٠,٧٥ & ? \\ ٠,٩١ & ٠,٠٤ & ? \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{م} \\ \text{ب} \\ \text{ج} \end{matrix}$$

$$\leftarrow \text{نسبة خسارة (ج) من (م)} = ١ - (٠,٩١ + ٠,٠٤) = ٠,٠٥$$

$$\leftarrow \text{نسبة خسارة (ب) من (م)} = ١ - (٠,٢٠ + ٠,٧٥) = ٠,٠٥$$

$$\leftarrow \text{نسبة (ب + ج)} = ٠,٧٩ - ١ = ٠,٢١$$

∴ مكسب (ب) من (م) ضعف مكسب (ج) من (م)

∴ مكسب (ب) ضعف مكسب (ج)

∴ ب إلى ج

٢ : ١

مجموع النسب = ٢ + ١ = ٣

$$\text{نصيب ب} = \frac{٠,٢١}{٣} = ٠,٠٧ = ٢ \times ٠,٠٧ = ٠,١٤$$

$$\text{نصيب ج} = \frac{٠,٢١}{٣} = ٠,٠٧ = ١ \times ٠,٠٧ = ٠,٠٧$$

∴ تكون مصفوفة التحولات للماركات الثلاثة كالتالي:

$$\begin{bmatrix} \text{ج} & \text{ب} & \text{م} \\ ٠,٠٧ & ٠,١٤ & ٠,٧٩ \\ ٠,٢٠ & ٠,٧٥ & ٠,٠٥ \\ ٠,٩١ & ٠,٠٤ & ٠,٠٥ \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{م} \\ \text{ب} \\ \text{ج} \end{matrix}$$

مثال رقم (٢ - ٨)

بالرجوع إلى المثال السابق (١ - ٨)، وبفرض أن الجدول التالي يوضح توزيع العملاء في بداية الفترة من ١/٤/٢٩هـ على ثلاث ماركات هي P ، B ، J كالآتي:

$$50000 = \begin{bmatrix} P & B & J \\ 16000 & 14000 & 20000 \end{bmatrix}$$

المطلوب: أوجد عدد العملاء المتوقع في ١/٥/٢٩هـ بافتراض أن عدد العملاء ثابت في السوق.

حل مثال رقم (٢ - ٨)

① مصفوفة النصيب في ١/٤

$$\begin{bmatrix} P & B & J \\ \frac{16000}{50000} & \frac{14000}{50000} & \frac{20000}{50000} \end{bmatrix}$$

$$1 = \begin{bmatrix} P & B & J \\ 0,32 & 0,28 & 0,4 \end{bmatrix}$$

② مصفوفة التحولات التي حصلنا عليها في المثال السابق هي:

$$\begin{bmatrix} P & B & J \\ 0,79 & 0,14 & 0,07 \\ 0,05 & 0,75 & 0,20 \\ 0,05 & 0,04 & 0,91 \end{bmatrix}$$

③ إيجاد عدد العملاء في ١/٥

عدد العملاء = النصيب في الشهر السابق × مصفوفة التحولات

$$\begin{bmatrix} 0,79 & 0,14 & 0,07 \\ 0,05 & 0,75 & 0,20 \\ 0,05 & 0,04 & 0,91 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0,32 \\ 0,28 \\ 0,4 \end{bmatrix} =$$

$$\text{نصيب } P = (0,05 \times 0,4) + (0,05 \times 0,28) + (0,79 \times 0,32) = 0,2868$$

$$\text{نصيب ب} = (0,14 \times 0,32) + (0,75 \times 0,28) + (0,04 \times 0,4) = 0,2708$$

$$\text{نصيب ج} = (0,07 \times 0,32) + (0,20 \times 0,28) + (0,91 \times 0,4) = 0,4424$$

∴ نصيب الماركات من العملاء في ٥/١ هو:

$$1 = \begin{bmatrix} \text{ب} & \text{ج} & \text{د} \\ 0,2708 & 0,4424 & 0,2868 \end{bmatrix}$$

وبضرب النسب في حجم العملاء (٥٠,٠٠٠) عميل نحصل على نصيب العملاء في ٥/١ لكل ماركة كالتالي:

$$\begin{array}{ccc} \text{ب} & \text{ج} & \text{د} \\ 50.000 \times 0,2708 & 50.000 \times 0,4424 & 50.000 \times 0,2868 \end{array}$$

$$\leftarrow \text{عميل} \begin{bmatrix} \text{ب} & \text{ج} & \text{د} \\ 13540 & 22120 & 14340 \end{bmatrix}$$

٤ - الشكل الرابع لمصفوفة التحولات

يعطى بالتمرين مصفوفة النصيب في أول الفترة وكذلك مصفوفة النصيب في آخر الفترة (أي مصفوفتين نصيب) وتكون واحدة لبداية الفترة والثانية للفترة اللاحقة لها. بالإضافة إلى جدول يحتوي على مكسب وخسارة احتفاظ للماركات.

خطوات ملأ الجدول والوصول إلى مصفوفة التحولات في شكل عشري:

- إذا كانت الخسارة موزعة نقوم بجمعها مع إهمال خانة الاحتفاظ في كل صف.
- إذا كانت الخسارة إجمالية نوزعها أيضاً مع إهمال خانة الاحتفاظ في كل صف.
- إذا كان المكسب موزع نقوم بجمعه مع إهمال خانة الاحتفاظ في العمود.
- إذا كان المكسب إجمالي نقوم بتوزيعه مع إهمال خانة الاحتفاظ في العمود.
- احتفاظ أي ماركة = نصيب الماركة في بداية الفترة - خسارة الماركة.
- النصيب في الفترة اللاحقة (في نهاية الفترة) = النصيب في بداية الفترة + (مكسب الماركة - خسارة الماركة).
- النصيب في الفترة اللاحقة = النصيب في الفترة السابقة × مصفوفة التحولات.

- بعد أن يتم ملأ خانات الجدول أو مصفوفة التحولات نقوم بجمع قيم كل صف ثم نقسم كل قيمة في الصف على مجموع قيم الصف لتكون عشرية. ويجب أن يكون الناتج هو نفس أرقام مصفوفة بداية الفترة.



لا تزعج نفسك المثال بيوضح كل شيء... 😊

مثال رقم (٣ - ٨)

بلغ إجمالي عدد العملاء لصنف استهلاكي ٥٠,٠٠٠ عميل في الفترة ما بين ١٤٢٩/٤/١ هـ ، ١٤٢٩/٥/١ هـ وكان توزيع العملاء على ثلاث ماركات كالتالي:

النوع	إجمالي الخسارة	م	ب	ج	النصيب في ٤/١	النصيب في ٥/١
م	١٥٠٠	؟	٥٠٠	؟	% ٣٤	% ٣٨
ب	؟	١٥٠٠	؟	١٢٠٠	% ٤٣	% ٤٢
ج	؟	؟	؟	؟	% ٢٣	% ٢٠
إجمالي المكسب	؟	؟	٢٣٠٠	؟	% ١٠٠	% ١٠٠

المطلوب:

حساب توزيع العملاء في ٦/١ بافتراض ثبات عدد العملاء خلال هذا العام؟

حل مثال رقم (٣ - ٨)

① يتم تحويل مصفوفة النصيب في بداية الفترة ونهاية الفترة إلى شكل توزيع العملاء، وذلك بضرب عدد أو العملاء \times كل نسبة من نسب مصفوفة النصيب كالتالي:

$$1 = \begin{bmatrix} \text{ج} & \text{ب} & \text{م} \\ ٠,٢٣ & ٠,٤٣ & ٠,٣٤ \end{bmatrix} \text{ مصفوفة النصيب في ٤/١ (بداية الفترة)}$$

$$\begin{bmatrix} \text{ج} & \text{ب} & \text{م} \\ ١١٥٠٠ & ٢١٥٠٠ & ١٧٠٠٠ \end{bmatrix} \times ٥٠٠٠٠$$

$$1 = \begin{bmatrix} \text{ج} & \text{ب} & \text{م} \\ ٠,٢٠ & ٠,٤٢ & ٠,٣٨ \end{bmatrix} \text{ مصفوفة النصيب في ٥/١ (نهاية الفترة)}$$

$$\begin{bmatrix} \text{ج} & \text{ب} & \text{م} \\ ١٠٠٠٠ & ٢١٠٠٠ & ١٩٠٠٠ \end{bmatrix} \times ٥٠٠٠٠$$

٢) نبدأ بعد ذلك في ملأ خانات الجدول بتطبيق القواعد السابقة:

- نقوم بتحديد احتفاظ أو ولاء أي ماركة لجميع الماركات ونهملها مؤقتاً (والاحتفاظ للماركة هو تقاطع صف مع عمود الماركة).

النوع	إجمالي الخسارة	م	ب	ج	النصيب في ٤/١	النصيب في ٥/١
م	١٥٠٠	?	٥٠٠	?	% ٣٤	% ٣٨
ب	?	١٥٠٠	?	١٢٠٠	% ٤٣	% ٤٢
ج	?	?	?	?	% ٢٣	% ٢٠
إجمالي المكسب	?	?	٢٣٠٠	?	% ١٠٠	% ١٠٠

- وباستخدام القواعد السابقة نقوم بإيجاد باقي الفراغات كالتالي:

النوع	إجمالي الخسارة	م	ب	ج	النصيب في ٤/١	النصيب في ٥/١
م	١٥٠٠	?	٥٠٠	١٠٠٠	% ٣٤	% ٣٨
ب	٢٧٠٠	١٥٠٠	?	١٢٠٠	% ٤٣	% ٤٢
ج	?	?	١٨٠٠	?	% ٢٣	% ٢٠
إجمالي المكسب	?	?	٢٣٠٠	٢٢٠٠	% ١٠٠	% ١٠٠

احتفاظ أي ماركة = عدد عملاء مصفوفة النصيب لهذه الماركة في بداية الفترة

- إجمالي الخسارة لهذه الماركة

$$\text{احتفاظ الماركة (م)} = ١٥٠٠ - ١٧٠٠٠ = ١٥٥٠٠$$

النوع	إجمالي الخسارة	٢	ب	ج	النصيب في ٤/١	النصيب في ٥/١
٢	١٥٠٠	١٥٥٠٠	٥٠٠	١٠٠٠	% ٣٤	% ٣٨
ب	٢٧٠٠	١٥٠٠	?	١٢٠٠	% ٤٣	% ٤٢
ج	?	?	١٨٠٠	?	% ٢٣	% ٢٠
إجمالي المكسب	?	?	٢٣٠٠	٢٢٠٠	% ١٠٠	% ١٠٠

احتفاظ الماركة (ب) = $21500 - 2700 = 18800$

النوع	إجمالي الخسارة	٢	ب	ج	النصيب في ٤/١	النصيب في ٥/١
٢	١٥٠٠	١٥٥٠٠	٥٠٠	١٠٠٠	% ٣٤	% ٣٨
ب	٢٧٠٠	١٥٠٠	١٨٨٠٠	١٢٠٠	% ٤٣	% ٤٢
ج	?	?	١٨٠٠	?	% ٢٣	% ٢٠
إجمالي المكسب	?	?	٢٣٠٠	٢٢٠٠	% ١٠٠	% ١٠٠

نصيب أي ماركة في نهاية الفترة = نصيب هذه الماركة في بداية الفترة +

إجمالي مكسب هذه الماركة - إجمالي خسارة هذه الماركة

نصيب الماركة (٢) (١٩,٠٠٠) = نصيب الماركة (٢) (١٧,٠٠٠) + إجمالي مكسب

الماركة (٢) - إجمالي خسارة الماركة (٢) (١,٥٠٠)

$$1500 - س + 17000 = 19000$$

$$س + 15500 = 19000$$

$$س = 19000 - 15500$$

$$س = 3500$$

∴ إجمالي مكسب الماركة (٢) = ٣٥٠٠

النوع	إجمالي الخسارة	م	ب	ج	النصيب في ٤/١	النصيب في ٥/١
م	١٥٠٠	١٥٥٠٠	٥٠٠	١٠٠٠	% ٣٤	% ٣٨
ب	٢٧٠٠	١٥٠٠	١٨٨٠٠	١٢٠٠	% ٤٣	% ٤٢
ج	٣٨٠٠	٢٠٠٠	١٨٠٠	٣٠٠	% ٢٣	% ٢٠
إجمالي المكسب	٨٠٠٠	٣٥٠٠	٢٣٠٠	٢٢٠٠	% ١٠٠	% ١٠٠

احتفاظ أي ماركة = عدد عملاء مصفوفة النصيب لهذه الماركة في بداية الفترة
- إجمالي الخسارة لهذه الماركة

$$\text{احتفاظ الماركة (ج)} = ٣٨٠٠ - ١١٥٠٠ = ٧٧٠٠$$

النوع	إجمالي الخسارة	م	ب	ج	النصيب في ٤/١	النصيب في ٥/١
م	١٥٠٠	١٥٥٠٠	٥٠٠	١٠٠٠	% ٣٤	% ٣٨
ب	٢٧٠٠	١٥٠٠	١٨٨٠٠	١٢٠٠	% ٤٣	% ٤٢
ج	٣٨٠٠	٢٠٠٠	١٨٠٠	٧٧٠٠	% ٢٣	% ٢٠
إجمالي المكسب	٨٠٠٠	٣٥٠٠	٢٣٠٠	٢٢٠٠	% ١٠٠	% ١٠٠

٣) نقوم بتحويل مصفوفة التحولات إلى شكل عشري كالتالي:

$$\begin{bmatrix} \text{ج} & \text{ب} & \text{م} \\ \frac{١٠٠٠}{١٧٠٠٠} & \frac{٥٠٠}{١٧٠٠٠} & \frac{١٥٥٠٠}{١٧٠٠٠} \\ \frac{١٢٠٠}{٢١٥٠٠} & \frac{١٨٨٠٠}{٢١٥٠٠} & \frac{١٥٠٠}{٢١٥٠٠} \\ \frac{٧٧٠٠}{١١٥٠٠} & \frac{١٨٠٠}{١١٥٠٠} & \frac{٢٠٠٠}{١١٥٠٠} \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{م} \\ \text{ب} \\ \text{ج} \end{matrix}$$

نحصل على مصفوفة التحولات الآتية:

$$\begin{matrix} ١ = \\ ١ = \\ ١ = \end{matrix} \begin{bmatrix} \text{ج} & \text{ب} & \text{م} \\ ٠,٠٦ & ٠,٠٣ & ٠,٩١ \\ ٠,٠٦ & ٠,٨٧ & ٠,٠٧ \\ ٠,٦٧ & ٠,١٦ & ٠,١٧ \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{م} \\ \text{ب} \\ \text{ج} \end{matrix}$$

④ إيجاد عدد العملاء في ٦/١

عدد العملاء = النصيب في الشهر السابق × مصفوفة التحولات

$$\begin{bmatrix} ٠,٠٦ & ٠,٠٣ & ٠,٩١ \\ ٠,٠٦ & ٠,٨٧ & ٠,٠٧ \\ ٠,٦٧ & ٠,١٦ & ٠,١٧ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ٠,٢٠ & ٠,٤٢ & ٠,٣٨ \end{bmatrix} =$$

$$\text{نصيب } \text{م} = ٠,٤٠٩٢ = (٠,١٧ \times ٠,٢٠) + (٠,٠٧ \times ٠,٤٢) + (٠,٩١ \times ٠,٣٨)$$

$$\text{نصيب } \text{ب} = ٠,٤٠٨٨ = (٠,١٦ \times ٠,٢٠) + (٠,٨٧ \times ٠,٤٢) + (٠,٠٣ \times ٠,٣٨)$$

$$\text{نصيب } \text{ج} = ٠,١٨٢ = (٠,٦٧ \times ٠,٢٠) + (٠,٠٦ \times ٠,٤٢) + (٠,٠٦ \times ٠,٣٨)$$

∴ نصيب الماركات من العملاء في ٦/١ هو:

$$١ = \begin{bmatrix} \text{م} & \text{ب} & \text{ج} \\ ٠,٤٠٩٢ & ٠,٤٠٨٨ & ٠,١٨٢ \end{bmatrix}$$

وبضرب النسب في حجم العملاء (٥٠,٠٠٠) عميل نحصل على نصيب العملاء

في ٦/١ لكل ماركة كالتالي:

$$\begin{matrix} \text{م} & \text{ب} & \text{ج} \\ ٥٠٠٠٠ \times ٠,٤٠٩٢ & ٥٠٠٠٠ \times ٠,٤٠٨٨ & ٥٠٠٠٠ \times ٠,١٨٢ \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} \text{م} & \text{ب} & \text{ج} \\ ٢٠٤٦٠ & ٢٠٤٤٠ & ٩١٠٠ \end{bmatrix}$$

تم بحمد الله

لتحميل نسختك المجانية

ملئقي البحث العلمي



www.rsscrrs.com

ملحق

جدول التوزيع الطبيعي القياسي

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2518	0.2549
0.7	0.2580	0.2612	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3168	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4014
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4279	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4758	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4754	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4811	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4952	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4983	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.5	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998	0.4998
4.0	0.4999									

هذا العمل للجميع ولا يباع بل ينسخ فقط
وقيمته دعوة بالهداية لك ولي

عدد الصفحات : ٧٤

لتحميل نسختك المجانية

ملتقى البحث العلمي 

www.rsscra.com